

### III. 模拟试卷及答案

#### 河北省普通高校专科接本科教育考试

#### 数学(二)(经管、农学类)模拟试卷1

(考试时间: 60 分钟)

(总分: 100 分)

说明: 请在答题纸的相应位置上作答, 在其它位置上作答的无效。

一、单项选择题(本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 在每小题给出的四个备选项中, 选出一个正确的答案, 并将所选项前的字母填涂在答题纸的相应位置上, 填涂在其它位置上无效)

1. 设函数  $f(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leq 1 \\ 0, & |x| > 1 \end{cases}$ , 则  $f[f(x)] =$  ( ).

A. 0      B. 1      C.  $f(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leq 1 \\ 0, & |x| > 1 \end{cases}$       D.  $f(x) = \begin{cases} 0, & |x| \leq 1 \\ 1, & |x| > 1 \end{cases}$

2. 已知  $f(x) = \frac{1}{1 - e^{\frac{x}{1-x}}}$ , 则函数  $f(x)$  的第一类间断点是 ( ).

A.  $x=1$       B.  $x=0$       C.  $x=-1$       D.  $x=2$

3. 曲线  $y = e^x$  上哪一点的切线平行于  $y = 2x - 3$  ( ).

A.  $(1, \ln 2)$       B.  $(2, \ln 2)$       C.  $(\ln 2, 1)$       D.  $(\ln 2, 2)$

4. 设  $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$ , 则  $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{t = \frac{\pi}{2}} =$  ( ).

A. 2      B. -2      C. 1      D. -1

5. 下列表达式中正确的是 ( ).

A.  $(\int f(x)dx)' = f'(x)$       B.  $d \int f(x)dx = f(x)$

C.  $\int f'(x)dx = f(x) + C$       D.  $\int df(x) = f(x)$

6. 若  $\int_0^t e^{3x} dx = \frac{7}{3}$ , 则  $t =$  ( ).

A. 2      B.  $\ln 2$       C. 1      D.  $\frac{1}{2} \ln 2$

7. 设  $f(x, y) = \ln\left(\frac{y}{x}\right)$ , 则  $f'_x(2, 1) =$  ( ).

- A. 1                                      B. -1                                      C.  $-\frac{1}{2}$                                       D.  $\frac{1}{2}$

8. 级数  $\sum_{n=0}^{\infty} 10^n x^n$  的收敛域为 (      ) .

- A.  $(-\frac{1}{10}, \frac{1}{10})$                                       B.  $(0, \frac{1}{10})$                                       C.  $(-\frac{1}{10}, 0)$                                       D.  $[-\frac{1}{10}, \frac{1}{10}]$

9. 微分方程  $xy' + y = \sin x$  的通解是 (      ) .

- A.  $y = \frac{1}{x}(\sin x + C)$                                       B.  $y = \frac{1}{x}(-\cos x + C)$   
 C.  $y = \frac{1}{x}(\cos x + C)$                                       D.  $y = \frac{1}{x}(\sin x + C)$

10. 设向量组  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  线性相关, 则 (      ) .

- A. 向量组中存在某一向量可由其它向量线性表示  
 B. 向量组中只有一个向量可由其它向量线性表示  
 C. 向量组中任意一个向量可由其它向量线性表示  
 D. 向量组中任意一个向量都不可由其它向量线性表示

二、填空题(本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分. 将答案填写在答题纸的相应位置上, 填写在其它位置无效)

11.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x(1 - \cos x)}{x \sin^2 x} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

12. 已知  $f(x) = \sqrt{\cos 2x} + e^{\frac{1}{x}}$ , 则  $f'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

13. 函数  $z = \sqrt{\ln(x+y)}$  的定义域为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

14. 已知矩阵  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & t \\ t & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ , 且齐次线性方程组  $Ax = O$  有非零解. 则  $t = \underline{\hspace{2cm}}$ .

15. 级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(5n-4)(5n+1)} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

三、计算题(本大题共 4 小题, 每小题 10 分, 共 40 分. 将解答的主要过程、步骤和答案填写在答题纸的相应位置上, 写在其它位置上无效)

16. 求  $\int_0^1 e^{\sqrt{x}} dx$  的值.

17.  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ , 矩阵 A 满足方程  $AX=A+X$ , 求矩阵 X.

18. 设  $z = u^v, u = \sin x + y^2, v = x \ln y$ , 求  $\frac{\partial z}{\partial x}$  和  $\frac{\partial z}{\partial y}$ .

19. 解方程  $\frac{dy}{dx} = e^{x-y} + x^2 e^{-y}, y \Big|_{x=0} = 0$ .

四. 应用题 (本题 10 分; 将解答的主要过程、步骤和答案填写在答题纸的相应位置上, 写在其它位置上无效.)

20. 某旅行社举办风景区旅行团, 若每团人数不超过 30 人, 飞机票每张收费 900 元; 若每团人数多于 30 人, 则给予优惠, 每多一人, 飞机票每张收费减少 10 元, 直至每张飞机票收费降到 450 元为止. 每团乘飞机, 旅行社需付给航空公司包机费 15000 元. 问: 每团人数为多少时, 旅行社可获得最大利润? 最大利润为多少?

## 数学 (二) (经管、农学类) 模拟试卷 1

### 参考答案和评分标准

一、单项选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 选对得 3 分, 选错、未选或多选得 0 分)

1. B    2. A    3. D    4. C    5. C    6. B    7. C    8. A    9. B    10. A

二、填空题 (本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分. 填对得 4 分, 未填或填错得 0 分)

11.  $\frac{1}{2}$     12.  $-\frac{\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}} - \frac{1}{x^2} e^{\frac{1}{x}}$     13.  $\{(x, y) | x + y \geq 1\}$     14. 1    15.  $\frac{1}{5}$

三、计算题 (本大题共 4 小题, 每小 10 分, 共 40 分. 解答过程、步骤和答案必须完整、正确)

16. 解: 令  $\sqrt{x} = t$ , 则  $x = t^2$  .....1 分

$$\text{原式} = \int_0^1 e^t dt^2 = \int_0^1 2te^t dt, \quad \text{.....3 分}$$

$$= 2 \int_0^1 t e^t dt, \quad \text{.....6 分}$$

$$= 2e - 2e^t \Big|_0^1 = 2 \quad \text{.....10 分}$$

17. 解: 由  $AX = A + X$  得  $(A - I)X = A$

$$A-I = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \dots\dots 3 \text{分}$$

$|A-I| = 1 \neq 0$ , 所以  $A-I$  可逆 \dots\dots 5 分

由  $AX=A+X$  得  $(A-I)X=A$ , 即

$$X = (A-I)^{-1}A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad \dots\dots 10 \text{分}$$

18. 解:  $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial z}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial x} = vu^{v-1} \cos x + u^v \ln u \ln y$  \dots\dots 3 分

$$= x \ln y \cos x (\sin x + y^2)^{x \ln y - 1} + (\sin x + y^2)^{x \ln y} \ln(\sin x + y^2) \ln y; \quad \dots\dots 5 \text{分}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\partial z}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial y} = vu^{v-1} 2y + u^v \ln u \frac{x}{y} \quad \dots\dots 7 \text{分}$$

$$= x \ln y 2y (\sin x + y^2)^{x \ln y - 1} + (\sin x + y^2)^{x \ln y} \ln(\sin x + y^2) \frac{x}{y} \quad \dots\dots 10 \text{分}$$

19. 解: 方程可以改写为  $\frac{dy}{dx} = e^{-y}(e^x + x^2)$

即  $e^y dy = (e^x + x^2) dx$  \dots\dots 4 分

两边积分得  $e^y = e^x + \frac{1}{3}x^3 + C$

以条件  $y \Big|_{x=0} = 0$  代入, 得  $1 = 1 + C$ , 即  $C = 0$ . \dots\dots 6 分

于是所求特解为  $e^y = e^x + \frac{1}{3}x^3$

即  $y = \ln(e^x + \frac{1}{3}x^3)$ . \dots\dots 10 分

四、应用题 (本题 10 分; 解答过程、步骤和答案必须完整、正确)

20. 解: 设  $x$  表示每团人数,  $p$  表示飞机票的价格, 因  $(900 - 450) \div 10 = 45$ , 所以每团人数最多为  $30 + 45 = 75$  人, 飞机票的价格为

$$p = \begin{cases} 900, & 1 \leq x \leq 30 \\ 900 - 10(x - 30), & 30 < x \leq 75 \end{cases} \quad \dots\dots 2 \text{分}$$

旅行社的利润函数为

$$L = L(x) = xp - 15000$$

$$\begin{aligned}
&= \begin{cases} 900x - 15000, & 1 \leq x \leq 30 \\ 900x - 10x(x - 30) - 15000, & 30 < x \leq 75 \end{cases} \\
&= \begin{cases} 900x - 15000, & 1 \leq x \leq 30 \\ 1200x - 10x^2 - 15000, & 30 < x \leq 75 \end{cases} \quad \dots\dots 4 \text{分}
\end{aligned}$$

因为  $L'(x) = \begin{cases} 900, & 1 \leq x \leq 30 \\ 1200 - 20x, & 30 < x \leq 75 \end{cases}$  \dots\dots 6 分

显然，当  $L'(x) = 0$  时，有  $x = 60$ ，又  $30 < x < 60$  时， $L'(x) > 0$ ，

当  $60 < x \leq 75$  时， $L'(x) < 0$ 。所以，当  $x = 60$  人时，利润函数取最大值，即每团 60 人时，旅行社可获得最大利润，最大利润为

$$L(60) = (1200x - 10x^2 - 15000) \Big|_{x=60} = 21000 \quad \dots\dots 10 \text{分}$$



**精通教育**  
JINGTONG Education

拜课

河北省普通高校专科接本科教育考试  
数学（二）（经管、农学类）模拟试卷 2

（考试时间：60 分钟）

（总分：100 分）

说明：请在答题纸的相应位置上作答，在其它位置上作答的无效。

一、单项选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题给出的四个备选项中，选出一个正确的答案，并将所选项前的字母填涂在答题纸的相应位置上，填涂在其它位置上无效）

1. 设  $f(x) = |x \cdot \sin x|e^{\cos x}$ ,  $(-\infty < x < +\infty)$  是 ( ) .

- A. 有界函数                      B. 单调函数                      C. 周期函数                      D. 偶函数

2. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \ln(x+1) + \frac{1}{e^x}, & x < 0 \\ \tan x + a, & x \geq 0 \end{cases}$  是  $(-\infty, +\infty)$  上的连续函数，则  $a =$  ( ) .

- A. -1                                  B. 0                                  C. 1                                  D. 2

3. 已知  $F(x) = \arctan x$  是  $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$  的一个原函数，则 ( ) .

- A.  $\int f(x)dx = \arctan x$                       B.  $\int f(x)dx = \arctan x + C$

- C.  $\int f'(x)dx = \arctan x$                       D.  $F'(x) = \frac{1}{1+x^2} + C$

4.  $d\sqrt{1+x^2} =$  ( ) .

- A.  $\sqrt{1+x^2} dx$                       B.  $\frac{2x}{\sqrt{1+x^2}} dx$                       C.  $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}} dx$                       D.  $2x\sqrt{1+x^2} dx$

5. 函数  $y = x^3 - 3x^2 + 2$  的极小值点是 ( ) .

- A. -2                                  B. 0                                  C. 2                                  D. 3

6. 如果  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \infty$ ，则下列极限成立的是 ( ) .

- A.  $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)] = \infty$                       B.  $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) - g(x)] = 0$

- C.  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x) + g(x)} = 0$                       D.  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)} = 0$

7. 设  $z = 2^u \cos v$ ,  $u = xy$ ,  $v = x + y$ , 求  $\frac{\partial z}{\partial x} =$  ( ) .



18. 求方程组的通解 
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 - 3x_4 = -1 \\ -x_1 - 2x_2 - 3x_3 + 3x_4 = 8 \end{cases}$$

19. 解微分方程  $\cos y dx + (1 + e^{-x}) \sin y dy = 0$ ，求满足初始条件  $y(0) = \frac{\pi}{4}$  的特解.

四、应用题（本题 10 分. 将解答的过程、步骤和答案填写在答题纸的相应位置上，写在其它位置上无效）

20. 某企业生产的某产品固定成本为 500 万元, 每生产 1 吨需增加费用 50 万元. 该产品的市场需求量为  $Q = 1100 - 10P$  ( $P$  为价格), 产销平衡. 求边际利润函数（在经济领域中称函数的导数为边际函数, 其含义是自变量改变一个单位时, 函数的改变量）, 并求产量为多少时利润最大?

## 数学（二）（经管、农学类）模拟试卷 2

### 参考答案和评分标准

一、单项选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分. 选对得 3 分，选错、未选或多选得 0 分）

1. B                      2. C                      3. B                      4. C                      5. C  
6. D                      7. D                      8. A                      9. B                      10. D

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分. 填对得 4 分，未填或填错得 0 分）

11. 
$$-\frac{x + \frac{1}{y}}{y} = -\left(\frac{x}{y} + \frac{1}{y^2}\right).$$

12.  $\frac{1}{2}.$

13. 表示曲线  $y = \sin x$  与直线  $x = \pm \frac{\pi}{4}$  及  $x$  轴围成在  $x$  轴上方图形面积与  $x$  轴下方图形面积之差, 其值为 0.

14. 
$$(A^*)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

15.  $(-1, 1].$

三、计算题（本大题共 4 小题，每小题 10 分，共 40 分. 解答过程、步骤和答案必须完整、正确）



16. 解:  $\int_0^{+\infty} xe^{-x^2} dx = -\frac{1}{2} \int_0^{+\infty} e^{-x^2} d(-x^2)$  .....4分

$$= -\frac{1}{2} e^{-x^2} \Big|_0^{+\infty}$$
 .....6分

$$= -\frac{1}{2} (\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x^2} - e^0)$$
 .....8分

$$= \frac{1}{2}$$
 .....10分

17. 解: 由于  $f(x, y)$  在  $(-1, 1)$  处取得极值, 且偏导数存在, 由取极值的必要性得

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x} = 2x + my + 2nxy^3 \\ \frac{\partial f}{\partial y} = mx + 3nx^2y^2 \end{cases} \quad \text{从而有} \quad \dots\dots 4 \text{分}$$

$$\begin{cases} f'_x(-1, 1) = -2 + m - 2n = 0 \\ f'_y(-1, 1) = -m + 3n = 0 \end{cases}, \quad \dots\dots 6 \text{分}$$

即  $\begin{cases} -2 + m - 2n = 0 \\ -m + 3n = 0 \end{cases}$

解得  $\begin{cases} n = 2 \\ m = 6 \end{cases}$  .....10分

18. 解: 写出方程组的增广矩阵, 用初等变换化为简化阶梯阵

$$(Ab) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 & 0 \\ 2 & 4 & 5 & -3 & -1 \\ -1 & -2 & -3 & 3 & 8 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 13 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

得方程组的一般解为  $\begin{cases} x_1 = 13 - 2x_2 \\ x_3 = -3 \\ x_4 = 4 \end{cases}$ ,  $x_2$  为自由元. ....5分

令  $x_2 = 0$  得方程组的一个特解  $v_0 = \begin{pmatrix} 13 \\ 0 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}$  .....6分

原方程组的导出组的一般解为  $\begin{cases} x_1 = -2x_2 \\ x_3 = 0 \\ x_4 = 0 \end{cases}$ ,  $x_2$  为自由元,

令  $x_2 = 1$  得导出组的一个基础解系为  $v = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ , .....8分

故方程组的通解为  $x = v_0 + Cv$ ,  $C$  为任意常数. ....10分

19. 解: 该方程为可分离变量微分方程.

分离变量得  $-\frac{\sin y}{\cos y} dy = \frac{1}{1+e^{-x}} dx$

两端积分  $\int -\frac{\sin y}{\cos y} dy = \int \frac{1}{1+e^{-x}} dx$  .....2分

$\int \frac{1}{\cos y} d \cos y = \int \frac{1}{1+e^x} d(e^x + 1)$  .....4分

方程的通解为  $\cos y = C(1+e^x)$  .....6分

由初始条件  $y(0) = \frac{\pi}{4}$ , 得  $C = \frac{\sqrt{2}}{4}$  .....8分

得方程的特解为  $\cos y = \frac{\sqrt{2}}{4}(1+e^x)$ , 即  $y = \arccos[\frac{\sqrt{2}}{4}(e^x + 1)]$ . ....10分

四、应用题 (本题 10 分. 将解答的过程、步骤和答案填写在答题纸的相应位置上, 写在其它位置上无效)

20. 解: 由于  $P = 110 - \frac{Q}{10}$

总收入为  $R = PQ = 110Q - \frac{Q^2}{10}$  .....2分

总成本为  $C = 500 + 50Q$  .....4分

故总利润函数为  $L = R - C = 60Q - \frac{Q^2}{10} - 500$  .....6分

求导得, 边际利润函数为  $L' = 60 - \frac{Q}{5}$ , .....8分

令  $L' = 0$ , 解得驻点  $Q = 300$

根据实际问题知,  $L$  存在最大值, 且  $Q = 300$  (吨) 是利润函数  $L$  唯一驻点, 故当产量为 300 吨时

利润最大, 利润最大值为  $L_{\max} = 8500$  万元 .....10分

