

混凝土结构设计原理押题试题（一）参考答案

一、选择题

1、(A) 2、(C) 3、(C) 4、(B) 5、(C) 6、(D) 7、(D) 8、(B) 9、(C) 10、(B)

二、填空题

- 1、屈服强度、抗拉强度、伸长率、冷弯性能；
- 2、长期效应；
- 3、抗裂计算、裂缝宽度及变形验算、正截面受弯承载力；
- 4、提高；
- 5、5%；

三、是非判断题

1、(√) 2、(√) 3、(√) 4、(×) 5、(×) 6、(√) 7、(×) 8、(√) 9、(√) 10、(×)

四、简答题

1、答:整个结构或结构的一部分超过某一特定状态就不能满足设计指定的某一功能要求,此特定状态称为该功能的极限状态。分为承载能力极限状态和正常使用极限状态。

结构或构件达到最大承载能力或者达到不适合继续承载的变形时的状态,称为承载力极限状态。

结构或构件达到正常使用或耐久性能中某项规定限度的状态称为正常使用极限状态。

2、答: 1.适筋受弯构件正截面工作分为三个阶段。

第 I 阶段荷载较小,梁基本上处于弹性工作阶段,随着荷载增加,弯矩加大,拉区边缘纤维混凝土表现出一定塑性性质。

第 II 阶段弯矩超过开裂弯矩 M_{cr} ,梁出现裂缝,裂缝截面的混凝土退出工作,拉力由纵向受拉钢筋承担,随着弯矩的增加,受压区混凝土也表现出塑性性质,当梁处于第 II 阶段末 II a



时，受拉钢筋开始屈服。

第III阶段钢筋屈服后，梁的刚度迅速下降，挠度急剧增大，中和轴不断上升，受压区高度不断减小。受拉钢筋应力不再增加，经过一个塑性转动构成，压区混凝土被压碎，构件丧失承载力。

第I阶段末的极限状态可作为其抗裂度计算的依据。

第II阶段可作为构件在使用阶段裂缝宽度和挠度计算的依据。

第III阶段末的极限状态可作为受弯构件正截面承载能力计算的依据。

3、答：（1）截面可承受的剪力设计值由混凝土、箍筋和弯起钢筋三部分组成；（2）剪压破坏时，箍筋和弯起钢筋均达到其屈服强度；（3）骨料咬合力和纵筋销栓力不计入；（4）仅在无腹筋梁中考虑截面尺寸的影响；（5）仅对集中荷载为主的梁才考虑剪跨比的影响。

4、答：当大气环境中的CO₂不断向混凝土内部扩散，并与混凝土中的碱性水化物，主要是与Ca(OH)₂发生中和反应，使pH值下降而中性化。所以，混凝土的碳化就是指混凝土的中性化。

碳化对混凝土本身是无害的，但碳化会破坏钢筋表面的氧化膜，为钢筋锈蚀创造了前提条件；同时碳化会加剧混凝土的收缩，可导致混凝土开裂，使钢筋容易锈蚀。

5、答：预应力：在结构构件使用前，通过先张法或后张法预先对构件混凝土施加的压应力。优点：提高构件的抗裂性、刚度及抗渗性，能够充分发挥材料的性能，节约钢材。

缺点：构件的施工、计算及构造较复杂，且延性较差。

五、计算题

1、解：(1)求弯矩设计值：

恒载控制： $q = 1.35 \times g_k + 1.4 \times 0.7 \times q_k = 1.35 \times 18 + 1.4 \times 0.7 \times 16 = 40 \text{ kN/m}$

活载控制： $q = 1.2 \times g_k + 1.4 \times q_k = 1.2 \times 18 + 1.4 \times 16 = 44 \text{ kN/m}$

故弯矩设计值为 $M = \frac{1}{8} q l_0^2 = \frac{1}{8} \times 44 \times 6^2 = 198 \text{ kN} \cdot \text{m}$

(2) 计算所需钢筋

$$h_0 = h - a_s = 600 - 40 = 560 \text{ mm}$$

$$\alpha_s = \frac{M}{\alpha_1 f_c b h_0^2} = \frac{198 \times 10^6}{1.0 \times 14.3 \times 250 \times 560^2} = 0.177$$

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_s} = 0.196 < \xi_b = 0.518$$

$$\gamma_s = \frac{1 + \sqrt{1 - 2\alpha_s}}{2} = 0.902$$

$$A_s = \frac{M}{f_y \gamma_s h_0} = \frac{198 \times 10^6}{360 \times 0.902 \times 560} = 1089 \text{ mm}^2$$

选取 3 Φ 18+2 Φ 20： $A_s = 1137 \text{ mm}^2$



3) 验算适用条件:

① $\xi \leq \xi_b$: 已满足

$$\textcircled{2} \rho = \frac{A_s}{bh_0} = \frac{1137}{250 \times 560} = 0.81\% > \rho_{\min} \cdot \frac{h}{h_0} = \max \left\{ 0.2 \quad 0.45 \frac{f_t}{f_y} \right\} \cdot \frac{h}{h_0} = 0.214\%$$

2、解: (1) 截面尺寸限制条件

$$h_w = h_0 = h - a_s = 500 - 40 = 460 \text{ mm}$$

$$\frac{h_w}{b} = 460/200 = 1.8 < 4$$

$$0.25\beta_c f_c b h_0 = 0.25 \times 1.0 \times 14.3 \times 200 \times 460 = 329 \text{ kN} > V = 180 \text{ kN}$$

截面尺寸满足要求。

(2) 判断是否只需要构造配筋

$$0.7 f_t b h_0 = 0.7 \times 1.43 \times 200 \times 460 = 92.1 \text{ kN} < V = 180 \text{ kN}$$

应该按照计算配置箍筋。

(3) 计算箍筋间距

$$\frac{n A_{sv1}}{s} = \frac{V - 0.7 f_t b h_0}{f_{yv} h_0} = \frac{180 \times 10^3 - 92.1 \times 10^3}{270 \times 460} = 0.708 \text{ mm}^2/\text{mm}$$

选双肢箍, 直径为 8mm, $n A_{sv1} = 2 \times 50.3 = 100.6 \text{ mm}^2$

则, $s \leq 100.6/0.708 = 142 \text{ mm} < 200 \text{ mm}$

实际选用双肢箍 $\phi 8 @ 130$

(4) 验算最小配箍率

$$\rho_{sv} = \frac{A_{sv}}{bs} = 100.6/(200 \times 130) = 0.387\% > \rho_{sv, \min} = 0.24 \frac{f_t}{f_{yv}} = 0.24 \times 1.43/270 = 0.127\%$$

满足要求。

3、解: (1) 计算受压区高度

$$h_0 = h - a_s = 550 - 40 = 510 \text{ mm}$$

$$x = \frac{N}{\alpha_1 f_c b} = (380 \times 1000) / (1.0 \times 14.3 \times 400) = 66 \text{ mm}$$

$$x < \xi_b h_0 = 0.518 \times 510 = 264 \text{ mm}$$

$$x < 2a'_s = 80 \text{ mm}$$

故为大偏心受压构件, 但受压钢筋不屈服。

(2) 计算 A_s 、 A'_s

$$M = C_m \eta_{ns} M_2 = 0.98 \times 1.03 \times 360 = 363.4 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$e_0 = \frac{M}{N} = 363.4 \times 1000 / 380 = 956 \text{ mm}$$

$$e_a = \max \left(20, \frac{550}{30} \right) = 20 \text{ mm}$$

$$e_i = e_0 + e_a = 976 \text{ mm}$$



$$\begin{aligned}
 A_s = A'_s &= \frac{N(e_i - \frac{h}{2} + a'_s)}{f_y(h_0 - a'_s)} = \\
 &= \frac{380 \times 1000 \times (976 - 0.5 \times 550 + 40)}{360 \times (510 - 40)} \\
 &= 1664 \text{mm}^2
 \end{aligned}$$

实配受拉 选择 2 Φ 22+2 Φ 25 实配 $A_s = 1742 \text{mm}^2$

受压钢筋 选择 2 Φ 22+2 Φ 25 实配 $A_s = 1742 \text{mm}^2$

(3) 验算最小配筋率

单侧: $A'_s = A_s = 1742 \text{mm}^2 > 0.2\%bh = 0.2\% \times 400 \times 550 = 440 \text{mm}^2$ 满足

全部: $\rho = \frac{A'_s + A_s}{bh} = \frac{1742 \times 2}{400 \times 550} = 1.58\% > 0.55\%$ 满足



混凝土结构设计原理押题试题（二）参考答案

一、选择题

1、(B) 2、(A) 3、(D) 4、(A) 5、(D) 6、(A) 7、(A) 8、(C) 9、(A) 10、(A)

二、填空题

- 1、高于、稳定系数 φ ；
- 2、充分利用混凝土的受压区对正截面抗弯承载力的贡献；
- 3、剪压；
- 4、大、受拉；
- 5、粘结力、锚具；

三、是非判断题

1、(×) 2、(√) 3、(×) 4、(√) 5、(×) 6、(√) 7、(×) 8、(×) 9、(×) 10、(×)

四、简答题

- 1、答：第Ⅰ阶段为从加载到混凝土开裂前（未裂阶段）；
第Ⅱ阶段为混凝土开裂到受拉钢筋屈服前（带裂缝工作阶段）；
第Ⅲ阶段为受拉钢筋达到屈服，此时，拉力 N 值基本不变，构件裂缝开展很大，可认为构件达到极限承载力（破坏阶段）。
- 2、答：在单筋截面受压区配置受力钢筋后便构成双筋截面。在受压区配置钢筋，可协助混凝土承受压力，提高截面的受弯承载力；由于受压钢筋的存在，增加了截面的延性，有利于改善构件的抗震性能；此外，受压钢筋能减少受压区混凝土在荷载长期作用下产生的徐变，对减少构件在荷载长期作用下的挠度也是有利的。
双筋截面一般不经济，但下列情况可以采用：（1）弯矩较大，且截面高度受到限制，而采用单筋截面将引起超筋；（2）同一截面内受变号弯矩作用；（3）由于某种原因（延性、构造），



受压区已配置 A'_s ；(4) 为了提高构件抗震性能或减少结构在长期荷载下的变形。

3、答：梁内箍筋可以承受剪力、固定纵筋位置、与纵筋形成钢筋骨架，并和纵筋共同形成对混凝土的约束，增强受压混凝土的延性。

4、答：影响裂缝宽度的因素主要有：钢筋的应力、混凝土保护层厚度、配筋率、钢筋直径、钢筋的表面形状；减小裂缝宽度的主要措施有：在钢筋截面面积不变的情况下，采用较小直径的钢筋；采用变形钢筋；采用预应力混凝土。

5、答：后张法优点：不需固定的台座设备，不受地点限制，适用施工现场生产大型预应力混凝土构件。后张法缺点：其工序较多，工艺复杂，锚具不能重复使用。

五、计算题

1、解： $h_0 = h - a_s = 650 - 65 = 585\text{mm}$

混凝土受压区高度

$$x = \frac{f_y A_s - f_y' A'_s}{\alpha_1 f_c b} = \frac{300 \times 3927 - 300 \times 942}{11.9 \times 250} = 361\text{mm} > \xi_b h_0 = 0.518 \times 585 = 277\text{mm}$$

表明受拉钢筋偏多，破坏时其应力未达到屈服。取 $x = \xi_b h_0$ ，于是

$$\begin{aligned} M_u &= \xi_b (1 - 0.5 \xi_b) \alpha_1 f_c b h_0^2 + f_y' A'_s (h_0 - a'_s) \\ &= 0.518 (1 - 0.5 \times 0.518) \times 11.9 \times 250 \times 585^2 + 360 \times 942 (585 - 40) \\ &= 576 \text{ kN.m} > 450 \text{ kN.m} \end{aligned}$$

截面安全。

2、解： $h_0 = h - a_s = 400 - 40 = 360\text{mm}$

$$e_0 = \frac{M}{N} = \frac{95000}{420} = 226\text{mm} > 0.5h - a_s = 160\text{mm}, \text{ 大偏心受拉。}$$

$$e = e_0 - \frac{h}{2} + a_s = 226 - 200 + 40 = 66\text{mm}$$

为充分利用混凝土受压，取 $x = \xi_b h_0 = 0.550 \times 360 = 198\text{mm}$

由公式 $Ne = \alpha_1 f_c b x \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) + f_y' A'_s (h_0 - a'_s)$ 知，

$$A'_s = \frac{Ne - \alpha_1 f_c b x \left(h_0 - \frac{x}{2} \right)}{f_y (h_0 - a'_s)} = \frac{420 \times 1000 \times 66 - 1.0 \times 11.9 \times 200 \times 198 \left(360 - \frac{198}{2} \right)}{300 \times (360 - 40)} < 0$$

取 $A'_s = \rho_{\min} b h = > 0.002 b h = 0.002 \times 200 \times 400 = 160\text{mm}^2$

取受压钢筋为 $2 \Phi 10$ ， $A'_s = 157\text{mm}^2$

重新计算 x



由公式 $Ne = \alpha_1 f_c b x \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) + f_y' A_s' (h_0 - a_s')$ 知,

$$\alpha_s = \frac{[Ne - f_y' A_s' (h_0 - a_s')]}{\alpha_1 f_c b h_0^2} = \frac{[420 \times 1000 \times 66 - 300 \times 157 \times (360 - 40)]}{1.0 \times 11.9 \times 200 \times 360^2} = 0.041$$

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_s} = 0.042 < \xi_b$$

$$x = 0.042 \times 360 = 15 \text{mm} < 2a_s' = 80 \text{mm}$$

故受压钢筋不屈服。

(1) 不考虑混凝土作用

$$A_s = \frac{N(e_0 + \frac{h}{2} + a_s')}{f_y (h_0 - a_s')} = \frac{420 \times 1000 \times (226 + 200 - 40)}{300 / (360 - 40)} = 1689 \text{mm}^2$$

(2) 不考虑受压区钢筋作用

代入力矩平衡方程 $Ne = \alpha_1 f_c b x \left(h_0 - \frac{x}{2} \right)$

$$x = h_0 - \sqrt{h_0^2 - \frac{2Ne}{\alpha_1 f_c b}} = 360 - \sqrt{360^2 - \frac{2 \times 420 \times 1000 \times 66}{1.0 \times 11.9 \times 200}} = 0.625 \text{mm}$$

$$A_s = \frac{N + \alpha_1 f_c b x}{f_y} = \frac{420 \times 1000 + 1.0 \times 11.9 \times 200 \times 0.625}{300} = 1404 \text{mm}^2$$

取以上两情况中较小的值, $A_s = 1404 \text{mm}^2 > \rho_{\min} b h = 0.2\% \times 200 \times 400 = 160 \text{mm}^2$

选为 3 Φ 25 实配面积为 1473mm²



混凝土结构设计原理押题试题（三）参考答案

一、选择题

1、(D) 2、(D) 3、(C) 4、(C) 5、(D) 6、(D) 7、(A) 8、(C) 9、(C) 10、(C)

二、填空题

- 1、直接作用、间接作用；
- 2、高于、稳定系数 φ ；
- 3、跨中、支座附近；
- 4、 $0.002bh$ ；
- 5、变小、变大；

三、判断题

1、(√) 2、(×) 3、(√) 4、(√) 5、(√) 6、(×) 7、(×) 8、(√) 9、(√) 10、(√)

四、简答题

- 1、答：第Ⅰ阶段为从加载到混凝土开裂前（未裂阶段）；
第Ⅱ阶段为混凝土开裂到受拉钢筋屈服前（带裂缝工作阶段）；
第Ⅲ阶段为受拉钢筋达到屈服，此时，拉力 N 值基本不变，构件裂缝开展很大，可认为构件达到极限承载力（破坏阶段）。
- 2、答：钢筋混凝土受弯构件正截面有适筋破坏、超筋破坏、少筋破坏。
梁配筋适中会发生适筋破坏。受拉钢筋首先屈服，钢筋应力保持不变而产生显著的塑性伸长，受压区边缘混凝土的应变达到极限压应变，混凝土压碎，构件破坏。梁破坏前，挠度较大，产生较大的塑性变形，有明显的破坏预兆，属于塑性破坏。
梁配筋过多会发生超筋破坏。破坏时压区混凝土被压坏，而拉区钢筋应力尚未达到屈服强度。破坏前梁的挠度及截面曲率曲线没有明显的转折点，拉区的裂缝宽度较小，破坏是突然的，



没有明显预兆，属于脆性破坏，称为超筋破坏。

梁配筋过少会发生少筋破坏。拉区混凝土一旦开裂，受拉钢筋即达到屈服，并迅速经历整个流幅而进入强化阶段，梁即断裂，破坏很突然，无明显预兆，故属于脆性破坏。

控制最小配筋率是防止构件发生少筋破坏，少筋破坏是脆性破坏，设计时应当避免。

3、答： $\lambda > 3$ 且箍筋配置数量较少时，斜裂缝一旦出现，箍筋立即屈服，不能限制混凝土斜裂缝的开展，发生斜拉破坏

当箍筋配置量合适时，斜裂缝出现后，箍筋不会立即屈服，箍筋限制了斜裂缝的开展。当箍筋屈服后，斜裂缝迅速向上扩展，使得斜裂缝上端剪压区截面变小，最终剪压区的混凝土在正应力和剪应力的共同作用下发生剪压破坏。

当箍筋配置较多时，箍筋应力增长缓慢，在箍筋尚未屈服时，梁附混凝土因为抗压能力不足而发生斜压破坏

三种破坏均为脆性破坏，但剪压破坏相对较好。

4、答：取 $x = 2a'_s$ ，对混凝土受压区合力点（即受压钢筋合力点）取矩，

$$A_s = \frac{Ne'}{f_y(h_0 - a'_s)}, \quad A'_s = \rho'_{\min}bh$$

5、答：预应力损失包括：①锚具变形和钢筋内缩引起的预应力损失。可通过选择变形小锚具或增加台座长度、少用垫板等措施减小该项预应力损失；

②预应力钢筋与孔道壁之间的摩擦引起的预应力损失。可通过两端张拉或超张拉减小该项预应力损失；

③预应力钢筋与承受拉力设备之间的温度差引起的预应力损失。可通过二次升温措施减小该项预应力损失；

④预应力钢筋松弛引起的预应力损失。可通过超张拉减小该项预应力损失；

⑤混凝土收缩、徐变引起的预应力损失。可通过减小水泥用量、降低水灰比、保证密实性、加强养护等措施减小该项预应力损失；

⑥螺旋式预应力钢筋构件，由于混凝土局部受挤压引起的预应力损失。为减小该损失可适当增大构件直径。

五、计算题

1、解：（1）判断 T 形截面的类型

$$h_0 = h - a_s = 450 - 40 = 410\text{mm}$$

$$\alpha_1 f_c b_f h'_f (h_0 - h'_f / 2) = 11.9 \times 1000 \times 70 \times (410 - 70 / 2) = 312.4 \times 10^6 \text{ Nmm} > 120\text{kN} \cdot \text{m}$$

所以，属于第一类 T 形截面。

$$x = h_0 - \sqrt{h_0^2 - \frac{2M}{\alpha_1 f_c b_f}} = 410 - \sqrt{410^2 - \frac{2 \times 115 \times 10^6}{11.9 \times 1000}} = 25.4\text{mm} < \xi_b h_0$$



$$A_s = \frac{\alpha_1 f_c b_f' x}{f_y} = \frac{11.9 \times 1000 \times 25.4}{360} = 840 \text{mm}^2$$

选择钢筋 2 Φ 20+1 Φ 16 实配 $A_s = 829.1 \text{mm}^2$

验算最小配筋率:

$$0.45 \frac{f_t}{f_y} = 0.45 \times 1.27 / 300 = 0.19\% < 0.2\%, \text{ 故 } \rho_{\min} = 0.2\%。$$

$$A_s = 829.1 \text{mm}^2 > \rho_{\min} b h = 0.2\% \times 200 \times 450 = 180 \text{mm}^2, \text{ 满足要求。}$$

2、解: (1) 梁端剪力 V_{\max} 、距离支点边缘 480mm 处的剪力 V_1

$$V_{\max} = 75 \times 2.5 = 187.5 \text{kN}$$

$$V_1 = 75 \times (2.5 - 0.48) = 151.5 \text{kN}$$

(2) 截面尺寸限制条件

$$h_w = h_0 = h - a_s = 500 - 40 = 460 \text{mm}$$

$$\frac{h_w}{b} = 460 / 200 = 2.3 < 4$$

$$0.25 \beta_c f_c b h_0 = 0.25 \times 1.0 \times 14.3 \times 200 \times 460 = 328.9 \text{kN} > V_{\max} = 187.5 \text{kN}$$

截面尺寸满足要求。

(3) 计算距离支点边缘 480mm 处抗剪承载力

$$V = 0.7 f_t b h_0 + f_{yv} \frac{n A_{sv1}}{s} h_0 = 0.7 \times 1.43 \times 200 \times 460 + 270 \times \frac{2 \times 50.3}{200} \times 460 = 154.6 \text{kN} > V_1 = 151.5 \text{kN}$$

(4) 验算最小配箍率

$$\rho_{sv, \min} = 0.24 \frac{f_t}{f_{yv}} = 0.24 \times 1.43 / 270 = 0.127\%$$

$$\text{今 } \rho_{sv} = \frac{A_{sv}}{bs} = 2 \times 50.3 / (200 \times 200) = 0.252\%, \text{ 大于最小配箍率。}$$

故满足要求。

3、解: (1) 最小配筋率验算

$$h_0 = h - a_s = 600 - 40 = 560 \text{mm}$$

$$A_s = A_s' = 1964 \text{mm}^2 > 0.002 b h = 0.002 \times 400 \times 600 = 480 \text{mm}^2$$

$$\text{全部: } \rho = \frac{A_s' + A_s}{bh} = (1964 + 1964) / (400 \times 600) = 1.64\% > 0.55\% \quad \text{满足}$$

(2) 计算受压区高度

假设大偏压:

$$x = \frac{N}{\alpha_1 f_c b} = (900 \times 1000) / (1.0 \times 19.1 \times 400)$$

$$= 118 \text{mm} < \xi_b h_0 = 0.518 \times 560 = 290 \text{mm}$$

$$\text{且 } x > 2a_s' = 80 \text{mm}$$

属于大偏心受压, 且受压钢筋屈服。

(3) 计算偏心距



$$e = \frac{\alpha_1 f_c b x \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) + f_y' A_s' (h_0 - a_s')}{N}$$

$$= \frac{1.0 \times 19.1 \times 400 \times 118 \times (560 - 0.5 \times 118) + 360 \times 1964 \times (560 - 40)}{900 \times 1000} = 910 \text{mm}$$

$$e_i = e - 0.5h + a_s = 910 - 0.5 \times 600 + 40 = 650 \text{mm}$$

$$e_a = \max\left(20, \frac{600}{30}\right) = 20 \text{mm}$$

$$e_0 = e_i - e_a = 650 - 20 = 630 \text{mm}$$

$$M = Ne_0 = 900 \times 0.63 = 567 \text{kN} \cdot \text{m}$$



混凝土结构设计原理押题试题（四）参考答案

一、单项选择题（本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分。）

1. C 2. C 3. B 4. A 5. B 6. B 7. B 8. C 9. D 10. D

二、填空题（本题共 10 个空，每空 2 分，共 20 分。）

11. 正截面破坏； 12. 12； 13. 斜拉破坏； 14. 能力； 15. 12mm； 16. 长细比；
17. 提高截面高度； 18. 0.55； 19. 第 I 阶段末； 20. $0.75 f_{ptk}$ 。

三、判断题（本大题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分。请在答题纸的相应位置上作答。）

21. ×； 22. √； 23. ×； 24. ×； 25. ×。

四、简答题（本大题共 4 小题，每小题 12 分，共 48 分。）

26. 答：1) 两者温度线膨胀系数接近；2) 混凝土对钢筋的保护；3) 混凝土硬化后，钢筋与混凝土之间产生了良好的粘结力。

27. 答：适筋受弯构件正截面工作分为三个阶段。

第 I 阶段荷载较小，梁基本上处于弹性工作阶段，随着荷载增加，弯矩加大，拉区边缘纤维混凝土表现出一定塑性性质。

第 II 阶段弯矩超过开裂弯矩 M_{cr} ，梁出现裂缝，裂缝截面的混凝土退出工作，拉力由纵向受拉钢筋承担，随着弯矩的增加，受压区混凝土也表现出塑性性质，当梁处于第 II 阶段末 II a 时，受拉钢筋开始屈服。

第 III 阶段钢筋屈服后，梁的刚度迅速下降，挠度急剧增大，中和轴不断上升，受压区高度不断减小。受拉钢筋应力不再增加，经过一个塑性转动构成，压区混凝土被压碎，构件丧失承载力。

28. 答：对于弯矩作用平面内截面对称的偏心受压构件，当同一主轴方向的杆端弯矩比



$M_1/M_2 \leq 0.9$ 、且轴压比 $N/f_c A \leq 0.9$ 时,若构件的长细比满足 $l_c/i < 34-12M_1/M_2$ 的要求,可不考虑轴向压力在该方向挠曲杆中产生的附加弯矩的影响。

29. 答: 1. 混凝土强度等级不宜太低; 2 受力较大钢筋采用变形钢筋; 3. 保证钢筋周围的混凝土保护层有足够的厚度; 4. 保证锚固长度和搭接长度。5. 接头部位、锚固区箍筋加密 6. 光圆筋在端部做成弯钩。

五、计算题 (本大题共 2 小题, 每小题 21 分, 共 42 分。)

30. 解: $h_0 = h - a_s = 500 - 40 = 460\text{mm}$

(1) 计算所需钢筋

$$x = h_0 - \sqrt{h_0^2 - \frac{2M}{\alpha_1 f_c b}}$$

$$= 460 - \sqrt{460^2 - \frac{2 \times [150 \times 10^6]}{1.0 \times 9.6 \times 200}} = 224.7\text{mm} < \xi_b h_0 = 0.550 \times 460 = 253\text{mm}$$

(或: $\alpha_s = \frac{M}{\alpha_1 f_c b h_0^2} = \frac{150 \times 10^6}{1.0 \times 9.6 \times 200 \times 460^2} = 0.369$)

$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_s} = 1 - \sqrt{1 - 2 \times 0.369} = 0.489 < \xi_b = 0.55$)

故:

$$A_s = \frac{\alpha_1 f_c b x}{f_y} = \frac{1.0 \times 9.6 \times 200 \times 224.7}{300} = 1438\text{mm}^2$$

验算最小配筋率

$$\rho_{\min} \geq \max(0.45 \frac{1.10}{300}, 0.2\%) = 0.2\%$$

$A_s > \rho_{\min} b h = 0.2\% \times 200 \times 500 = 200\text{mm}^2$, 满足要求。

最终选取 3B25, $A_s = 1473\text{mm}^2$

31. 解: (1) 考虑 $P-\delta$ 效应

$C_m \eta_{ns} = 0.993$, 取 $C_m \eta_{ns} = 1$

$M = C_m \eta_{ns} M_2 = M_2 = 218\text{kN} \cdot \text{m}$

(2) $e_a = 20\text{mm}$; $e_i = \frac{M}{N} + e_a = \frac{218 \times 10^6}{396 \times 10^6} + 20 = 551 + 20 = 571\text{mm}$

因 $e_i = 571\text{mm} > 0.3h_0 = 0.3 \times 360 = 108\text{mm}$, 先按大偏压情况计算

$e = e_i + h/2 - a_s = 571 + 400/2 - 40\text{mm} = 731\text{mm}$

(3) 取 $x = \xi_b h_0 = 0.518 \times 360 = 186.5\text{mm}$



$$A'_s = \frac{Ne - \alpha_1 f_c b h_0^2 \xi_b (1 - 0.5 \xi_b)}{f_y (h_0 - a'_s)} = \frac{396 \times 10^3 \times 731 - 1.0 \times 14.3 \times 300 \times 360^2 \times 0.518 \times (1 - 0.5 \times 0.518)}{360 \times (360 - 40)}$$

$$= 660 \text{mm}^2 > \rho_{\min} bh = 0.002 \times 300 \times 400 = 240 \text{mm}^2$$

(4)

$$A_s = \frac{\alpha_1 f_c b h_0 \xi_b - N}{f_y} + \frac{f'_y}{f_y} A'_s = \frac{1.0 \times 14.3 \times 300 \times 360 \times 0.518 - 396 \times 10^3}{360} + 660 = 1782 \text{mm}^2$$

$$> \rho_{\min} bh = 0.002 \times 300 \times 400 = 240 \text{mm}^2$$

全部配筋: $\rho = \frac{A'_s + A_s}{bh} = (1782 + 660) / (300 \times 400) > 0.55\%$ 满足

受拉钢筋 A_s 选用 3C22+2C20 ($A_s = 1768 \text{mm}^2$), 受压钢筋 A'_s 选用 2C18+1C14 ($A'_s = 662.9 \text{mm}^2$)。



《材料力学》冲刺卷 1 答案

1、(25 分) 如图所示结构，在 A 点作用竖直向下的力 P。已知杆 AB 的直径 $d_1=40\text{mm}$ ， $[\sigma]_1=80\text{MPa}$ ；AC 杆的直径 $d_2=25\text{mm}$ ， $[\sigma]_2=160\text{MPa}$ ，求结构的许可荷载 [P]。

解：(1) 由节点 A 的平衡可知：

$$\sum X = -N_1 \sin 30^\circ + N_2 \sin 60^\circ = 0$$

$$\sum Y = N_1 \cos 30^\circ + N_2 \cos 60^\circ - P = 0$$

$$\therefore \begin{cases} N_1 = 0.866P \\ N_2 = 0.5P \end{cases} \quad (7 \text{ 分})$$

(2) 强度计算

由 AB 杆的强度条件：

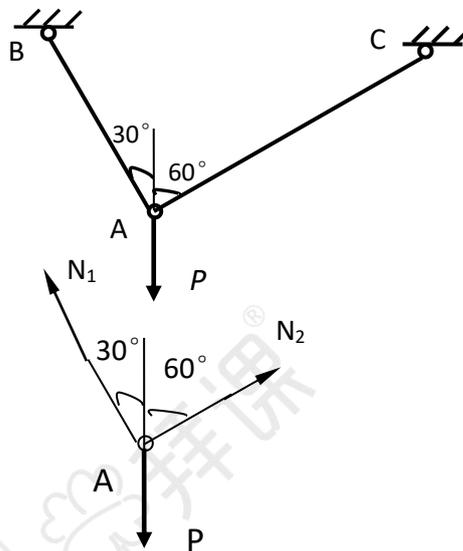
$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{N_1}{A_1} \leq [\sigma]_1 \\ \Rightarrow P &\leq \frac{A_1 [\sigma]_1}{0.866} = \frac{\pi \times d_1^2 [\sigma]_1}{0.866 \times 4} = \frac{\pi \times 40^2 \times 80}{4 \times 0.866} = 116.03 \text{ kN} \end{aligned} \quad (8 \text{ 分})$$

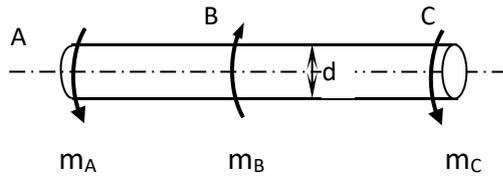
由 AC 杆的强度条件：

$$\begin{aligned} \sigma_2 &= \frac{N_2}{A_2} \leq [\sigma]_2 \\ \Rightarrow P &\leq \frac{A_2 [\sigma]_2}{0.5} = \frac{\pi}{4 \times 0.5} \times d_2^2 [\sigma]_2 = \frac{\pi}{4 \times 0.5} \times 25^2 \times 160 = 157 \text{ kN} \end{aligned} \quad (8 \text{ 分})$$

$$\therefore [P] = \min\{[P]_1, [P]_2\} = 116.03 \text{ kN} \quad (2 \text{ 分})$$

2、(25 分) 图示受扭圆轴，直径 $d=40\text{mm}$ ， $m_A=0.4\text{KN}\cdot\text{m}$ ， $m_B=0.9\text{KN}\cdot\text{m}$ ， $m_C=0.5\text{KN}\cdot\text{m}$ ， $G=80\text{GPa}$ ， $[\tau]=100\text{MPa}$ ， $[\phi]=1^\circ/\text{m}$ 。试校核该轴的强度与刚度。





解:

(1) 由扭矩分析可知

$$T_{\max} = 0.5 \text{ kN}\cdot\text{m} \quad (7 \text{ 分})$$

强度校核:

$$\tau_{\max} = \frac{T_{\max}}{W_t} = \frac{0.5 \times 10^6 \times 16}{\pi \times 40^3} = 39.81 \text{ MPa} < [\tau] \quad (8 \text{ 分})$$

刚度校核

$$\varphi_{\max} = \frac{T_{\max}}{GI_p} \times \frac{180}{\pi} = \frac{0.5 \times 10^6 \times 32 \times 180 \times 10^3}{80 \times 10^3 \times \pi^2 \times 40^4} = 1.43^\circ / \text{m} > [\varphi] \quad (2 \text{ 分})$$

综上, 圆轴强度条件满足而刚度条件不满足, 故不能安全工作。(2分)

3、(35分) 铸铁梁的截面形状尺寸、所受外力及弯矩图如下图所示。已知 z 为形心轴, $y_1=153.6\text{mm}$, $y_2=96.4\text{mm}$, 惯性矩 $I_z=1017 \times 105\text{mm}^4$, 材料许可拉应力 $[\sigma_t]=40\text{MPa}$, 许可压应力 $[\sigma_c]=100\text{MPa}$, 许用剪应力 $[\tau]=30\text{MPa}$ 。

- (1) 作梁的剪力弯矩图;
- (2) 试校核梁的强度。

解: (1) 作剪力弯矩图 (10分)

(2) 校核正应力强度

由弯矩图可知: 梁的正应力强度的危险截面为 C、B 截面, $M_C=24\text{kN}\cdot\text{m}$, $M_B=-40\text{kN}\cdot\text{m}$ 。(2分)

(1) 校核全梁截面上的拉应力强度:

$$\sigma_{tC} = \frac{M_C y_1}{I_z} = \frac{24 \times 10^6 \times 153.6}{1017 \times 10^5} = 36.24 \text{ MPa}$$

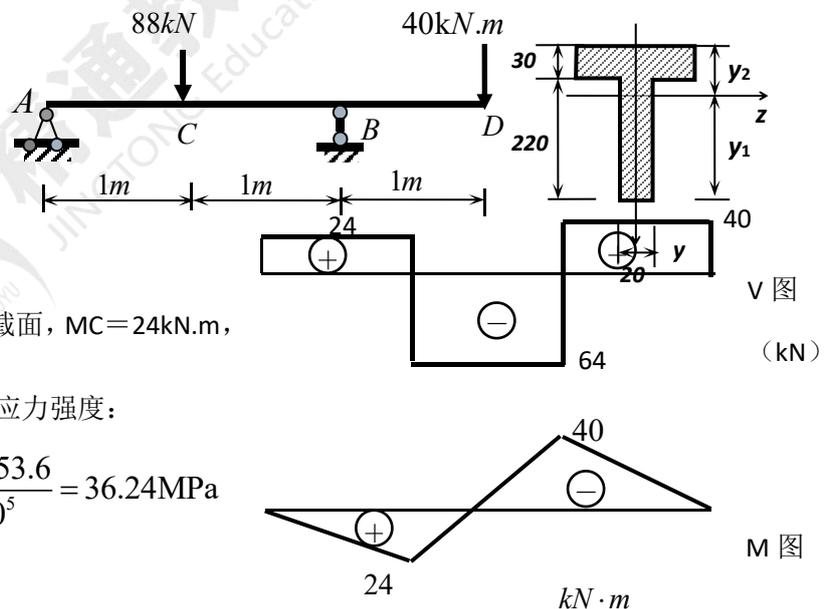
(3分)

$$\sigma_{tB} = \frac{M_B y_2}{I_z} = \frac{40 \times 10^6 \times 96.4}{1017 \times 10^5} = 37.92 \text{ MPa}$$

(3分)

$$\sigma_{t\max} = \sigma_{tB} = 37.92 \text{ MPa} < [\sigma_t] = 40 \text{ MPa} \quad \text{梁抗拉强度合格。} \quad (2 \text{ 分})$$

(2) 校核全梁截面上的压应力强度: 全梁截面最大值压应力必定发生在 B 截面下边缘。(1



分)

$$\sigma_{cB} = \frac{M_B y_1}{I_z} = \frac{40 \times 10^6 \times 153.6}{1017 \times 10^5} = 60.41 \text{MPa} < [\sigma_c] = 160 \text{MPa} \quad (4 \text{分})$$

梁抗压强度合格。 (1分)

由剪力图可知：梁的剪应力危险截面为CB段截面， $|V|_{\max} = 64 \text{kN}$ (2分)

(3) 校核全梁截面上的剪应力强度：

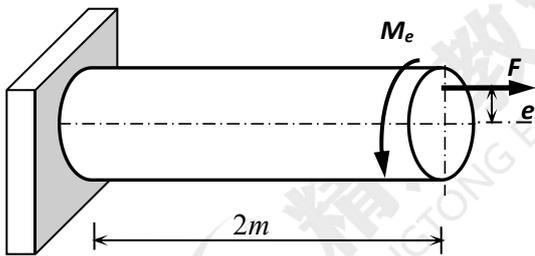
$$\tau_{\max} = \frac{|V|_{\max} (S_z^*)_{\max}}{I_z \times b} = \frac{64 \times 10^3 \times 20 \times 153.6 \times 153.6 / 2}{101.7 \times 20} = 7.42 \text{MPa} < [\tau] \quad (5 \text{分})$$

故梁的剪应力强度合格。 (1分)

综上，梁的强度满足。 (1分)

4、(35分)如图实心圆截面杆，受偏向拉力F及扭转力偶矩Me共同作用，已知杆直径d=80mm，F=100kN，Me=5kN.m，偏心距e=20mm，材料的弹性模量E=200GPa，泊松比v=0.3。求：

- (1) 画出危险点的应力状态，并求该点的主应力大小；
- (2) 若材料的许用应力 $[\sigma]=160 \text{MPa}$ ，试按第三强度理论校核杆的强度。



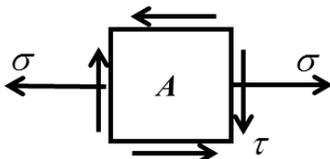
解：(1) 杆件内力

$$N = F = 100 \text{kN}$$

$$M = Fe = 2 \text{kN.m}$$

$$T = M_e = 5 \text{kN.m} \quad (6 \text{分})$$

杆件中的危险点在杆件的上边缘线上，其单元体如图



(2分)

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M}{W_z} = \frac{100 \times 10^3 \times 4}{\pi \times 80^2} + \frac{2 \times 10^6 \times 32}{\pi \times 80^3} = 60 \text{MPa} \quad (8 \text{分})$$



$$\tau = \frac{T}{W_t} = \frac{5 \times 10^6 \times 16}{\pi \times 80^3} = 50 \text{MPa} \quad (4 \text{分})$$

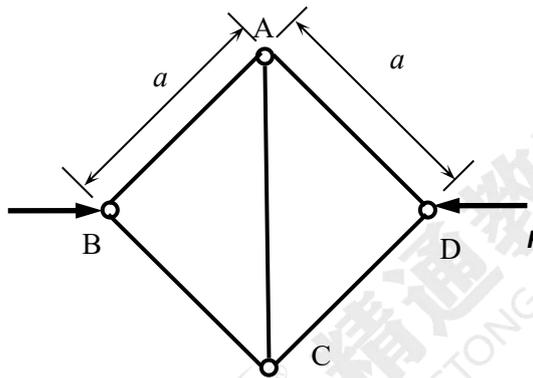
$$\sigma_{ps} = \begin{cases} \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_x^2} \\ 0 \end{cases} = \begin{cases} \frac{60}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{60}{2}\right)^2 + 50^2} \\ 0 \end{cases} = \begin{cases} 88 \\ -28 \\ 0 \end{cases} \quad (5 \text{分})$$

$$\sigma_1 = 88 \text{MPa} \quad \sigma_2 = 0 \quad \sigma_3 = -28 \text{MPa} \quad (3 \text{分})$$

$$(2) \sigma_{r3} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = \sqrt{60^2 + 4 \times 50^2} = 116 \text{MPa} < [\sigma] \quad (5 \text{分})$$

强度满足。 (2分)

5、(30分) 图示正方形桁架结构由5根钢杆组成，长度 $a=1.5\text{m}$ 。各杆的直径均为 $d=40\text{mm}$ ，材料均为 Q235 钢，弹性模量 $E=206\text{GPa}$ ， $[\sigma]=160\text{MPa}$ ，材料的判别柔度 $\lambda_P=100$ ， $\lambda_S=60$ ，稳定安全系数 $n_{st}=2$ ，非细长杆临界应力公式 $\sigma_{cr} = 240 - 0.00682\lambda^2$ (MPa)。当 $F=60\text{kN}$ 时，校核结构的安全性。



解：(1) 求各杆轴力：

$$N_{AC} = F = 60 \text{kN} \text{ (拉力)} \quad (4 \text{分})$$

$$N_{AB} = N_{BC} = N_{CD} = N_{DA} = \frac{\sqrt{2}F}{2} = 42.4 \text{ (压力)} \quad (4 \text{分})$$

(2) 校核拉杆强度

$$\sigma_{AC} = \frac{N_{AC}}{A} = \frac{60 \times 10^3 \times 4}{\pi \times 40^2} = 47.8 \text{MPa} < [\sigma] = 160 \quad (6 \text{分})$$

故 EB 杆强度满足。 (1分)

(3) 校核压杆的稳定性

$$\text{柔度: } \lambda = \frac{\mu l}{i} = \frac{1500}{40/4} = 150 > \lambda_p \quad \text{故可用欧拉公式计算其临界力。} \quad (6 \text{分})$$



$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(\mu l)^2} = \frac{\pi^2 \times 200 \times 10^3 \times \frac{\pi}{64} \times 40^4 \times 10^{-3}}{1500^2} = 113.4 \text{ kN} \quad (5 \text{ 分})$$

$$N_{AC} = 42.4 \text{ kN} < [N_{CD}] = \frac{P_{cr}}{n_{st}} = 56.7 \text{ kN} \quad (2 \text{ 分})$$

故压杆稳定性安全 (1分)

结构安全 (1分)



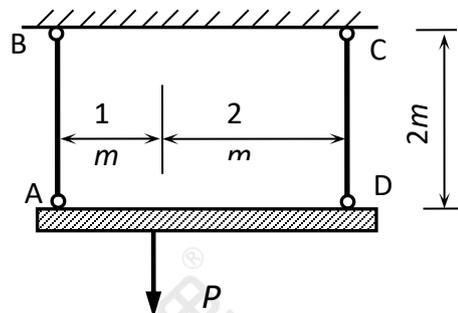
《材料力学》冲刺卷 2 答案

1、(30分) 钢杆 AB、CD 吊一刚性横梁 AD。已知钢杆的弹性模量 $E=200\text{GPa}$ ，两杆的横截面积均为 100mm^2 ，荷载 $P=24\text{kN}$ ，试求 (1) 两杆的应力，(2) 两杆的轴向变形，(3) 荷载 P 作用点的竖向位移。

解：(1) 两杆的轴力：

$$\begin{aligned} N_{AB} + N_{CD} &= P \\ N_{AB} \times 3 - N_{CD} \times 2 &= 0 \end{aligned}$$

解得： $N_{AB} = 16\text{kN}$ (5分)
 $N_{CD} = 8\text{kN}$



$$\sigma_{AB} = \frac{N_{AB}}{A} = \frac{16 \times 10^3}{100} = 160\text{MPa}$$

(5分)

$$\sigma_{CD} = \frac{N_{CD}}{A} = \frac{8 \times 10^3}{100} = 80\text{MPa} \quad (5分)$$

(2) 两杆的轴向变形

$$\Delta l_{AB} = \frac{N_{AB} l_{AB}}{EA} = \frac{16 \times 10^3 \times 2 \times 10^3}{200 \times 10^3 \times 100} = 1.6\text{mm} \quad (5分)$$

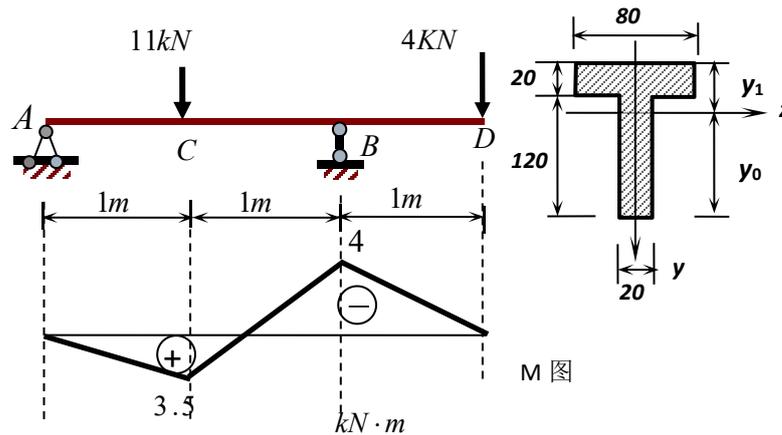
$$\Delta l_{CD} = \frac{N_{CD} l_{CD}}{EA} = \frac{8 \times 10^3 \times 2 \times 10^3}{200 \times 10^3 \times 100} = 0.8\text{mm} \quad (5分)$$

(3) 横梁为刚性杆

$$\Delta l_P = \Delta l_{CD} + \frac{2}{3}(\Delta l_{AB} - \Delta l_{CD}) = 1.33\text{mm} \quad (5分)$$

2、(30分) 铸铁梁的截面形状尺寸、所受外力及弯矩图如下图所示。已知 z 为形心轴，材料许用拉应力 $[\sigma_t]=30\text{MPa}$ ，许用压应力 $[\sigma_c]=90\text{MPa}$ ，试校核梁的强度。





解:

(1) 横截面的几何数据

$$y_1 = \frac{20 \times 80 \times 10 + 120 \times 20 \times (60 + 20)}{20 \times 80 + 20 \times 120} = 88 \text{ mm}$$

$$y_2 = 140 - 88 = 52 \text{ mm} \quad (4 \text{ 分})$$

$$I_z = \frac{80 \times 20^3}{12} + 80 \times 20 \times (140 - 88 - 10)^2 + \frac{20 \times 120^3}{12} + 20 \times 120 \times (88 - 60)^2 = 764 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

(4 分)

(2) 作梁的弯矩图如上图示, 由图可知, B、C 截面的弯矩分别为:

$$M_B = M_{\max}^- = 4 \text{ kN}\cdot\text{m} \quad M_C = M_{\max}^+ = 3.5 \text{ kN}\cdot\text{m} \quad (4 \text{ 分})$$

(3) 正应力强度校核

B 截面校核

$$\sigma_{t, \max, B} = \frac{M_B y_2}{I_z} = \frac{4 \times 10^6 \times 52}{764 \times 10^4} = 27.2 \text{ MPa} < [\sigma_t] \quad (4 \text{ 分})$$

$$\sigma_{c, \max, B} = \frac{M_B y_1}{I_z} = \frac{4 \times 10^6 \times 88}{764 \times 10^4} = 46.1 \text{ MPa} < [\sigma_c] \quad (4 \text{ 分})$$

C 截面校核

$$\sigma_{t, \max, C} = \frac{M_C y_1}{I_z} = \frac{3.5 \times 10^6 \times 88}{764 \times 10^4} = 40.3 \text{ MPa} > [\sigma_t] \quad (4 \text{ 分})$$

$$\sigma_{c, \max, C} = \frac{M_C y_2}{I_z} = \frac{3.5 \times 10^6 \times 52}{764 \times 10^4} = 23.8 \text{ MPa} < [\sigma_c] \quad (4 \text{ 分})$$

综上, 梁的正应力强度条件不满足。 (2 分)



3、(25分) 试做图示梁的剪力图和弯矩图。

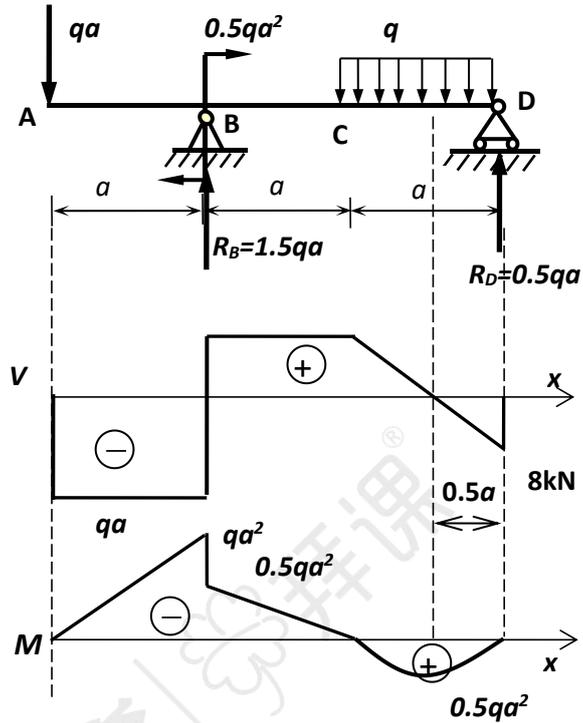
解：1) 求支反力

$$R_B = 1.5qa$$

$$R_C = 0.5qa \quad (3 \text{分})$$

2) 作剪力图如右 (6分)

3) 作弯矩图如右 (6分)



4、(35分) 如图所示的等截面圆杆，已知 $P_1=12kN$ ， $P_2=0.8kN$ ， $m=1kN.m$ ，直径 $d=40mm$ ， $[\sigma]=160MPa$ 。试用第三强度理论校核该圆杆的强度。

解：

(1) 构件的内力方程

轴力方程：

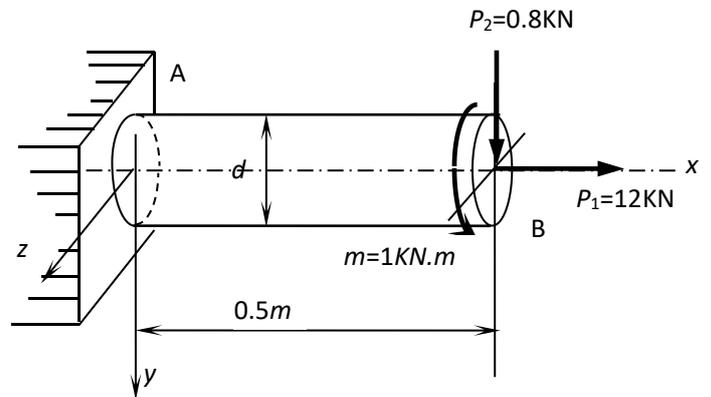
$$N(x) = P_1 = 12kN \quad (0 \leq x \leq 0.5) \quad (3 \text{分})$$

扭矩方程：

$$T(x) = m = 1kN.m \quad (0 \leq x \leq 0.5) \quad (3 \text{分})$$

弯矩方程

$$M(x) = -P_2x = -0.8xkN.m \quad (0 \leq x < 0.5) \quad (3 \text{分})$$



(2) 从内力方程可知：危险截面为 A 截面，危险点为上边缘点。 (2分)

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_A}{W_z} = \frac{4 \times P_1}{\pi \times d^2} + \frac{P_2 \times 0.5 \times 32}{\pi \times d^3} = \frac{4 \times 12 \times 10^3}{\pi \times 40^2} + \frac{0.8 \times 0.5 \times 10^6 \times 32}{\pi \times 40^3} = 73.25 \text{MPa}$$

(10分)

$$\tau = \frac{T_A}{W_p} = \frac{m \times 16}{\pi \times d^3} = \frac{1 \times 10^6 \times 16}{\pi \times 40^3} = 79.61 \text{MPa} \quad (6分)$$

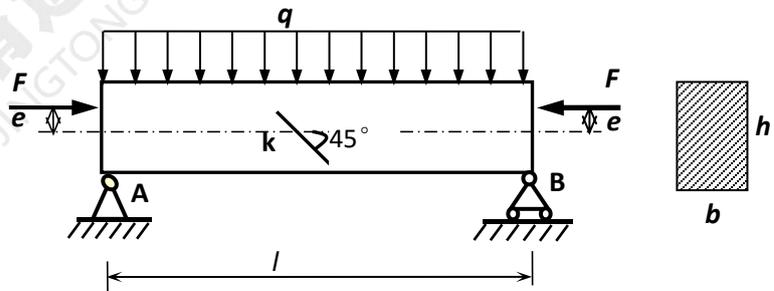
$$\sigma_{r3} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = \sqrt{73.25^2 + 4 \times 79.61^2} = 175.26 \text{MPa} > [\sigma] \quad (6分)$$

故构件不满足第三强度条件。 (2分)

5、(30分) 矩形截面梁受力如图。已知梁上的均布荷载 $q=20\text{kN/m}$ ，偏心压力 $F=1500\text{kN}$ ，偏心距 $e=80\text{mm}$ ，跨度 $l=2\text{m}$ ，截面尺寸 $b=240\text{mm}$ ， $h=500\text{mm}$ ，弹性模量 $E=20\text{GPa}$ ，泊松比 $\nu=0.3$ 。

求

(1) 跨中截面 k 点沿 45° 方向的线应变；(2) 跨中截面下边缘点沿轴向的线应变 ϵ 。



解：(1) 跨中截面内力：

轴力： $N = -1500\text{kN}$

剪力： $V = 0$

弯矩： $M = Pe + \frac{1}{8}ql^2 = 1500 \times 80 \times 10^{-3} + \frac{1}{8} \times 20 \times 2^2 = 130\text{kN}\cdot\text{m}$

所以 k 点为单向受力状态，且 $\sigma_x = \frac{N}{A} = \frac{-1500 \times 10^3}{240 \times 500} = -12.5 \text{MPa}$



$$\sigma_{45^\circ} = \frac{\sigma_x}{2} + \frac{\sigma_x}{2} \cos 90^\circ = -6.25 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{-45^\circ} = \frac{\sigma_x}{2} + \frac{\sigma_x}{2} \cos(-90^\circ) = -6.25 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{-45^\circ} = \frac{1}{E} (\sigma_{-45^\circ} - \nu \sigma_{45^\circ}) = \frac{(1-0.3) \times (-6.25)}{20 \times 10^3} = -2.19 \times 10^{-4}$$

(2) 跨中截面下边缘处于单向应力状态

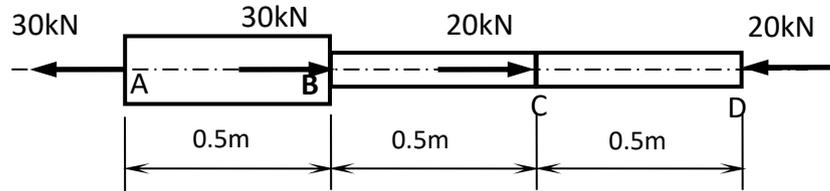
$$\sigma_x = \frac{N}{A} + \frac{M}{W_z} = \frac{-1500 \times 10^3}{240 \times 500} + \frac{130 \times 10^6 \times 6}{240 \times 500^2} = 0.5 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} = \frac{0.5}{20 \times 10^3} = -0.25 \times 10^{-4}$$



《材料力学》冲刺卷3 答案

1. (30分) 已知图示拉压杆, $A_1=500\text{mm}^2$, $A_2=200\text{mm}^2$, $E=200\text{GPa}$ 。试:
1) 作出杆件的轴力图; 2) 求各段的正应力; 3) 求杆件的总变形量。

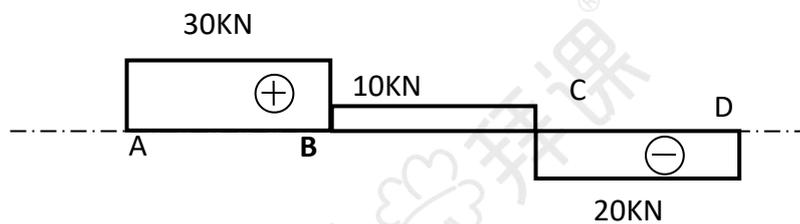


解: 1)
杆件各段的
轴力分别为:
 $N_{AB}=30\text{kN}$ (拉)
 $N_{BC}=10\text{kN}$ (拉)
 $N_{CD}=20\text{kN}$ (压)

(10分)

轴力图如右。

- 2) 各段正应力分别为:



$$\sigma_{AB} = \frac{N_{AB}}{A_{AB}} = \frac{30 \times 10^3}{500}$$

(4分)

$$\sigma_{BC} = \frac{N_{BC}}{A_{BC}} = \frac{10 \times 10^3}{200} = 50\text{MPa} \quad (4\text{分})$$

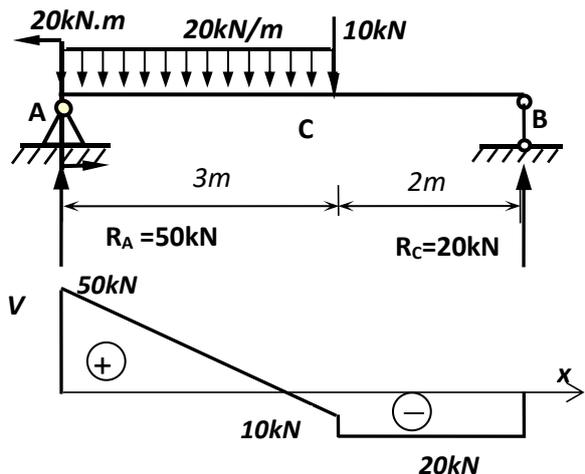
$$\sigma_{CD} = \frac{N_{CD}}{A_{CD}} = \frac{-20 \times 10^3}{200} = -100\text{MPa}$$

(4分)

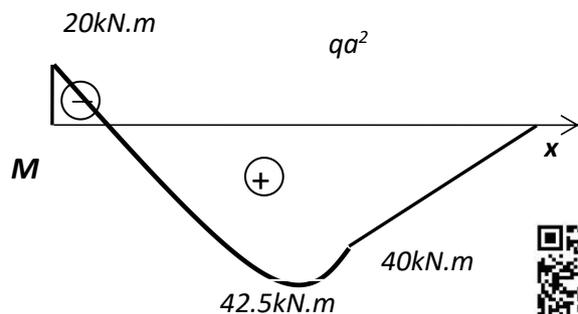
- 3) 杆件的总变形为:

$$\begin{aligned} \Delta l_{AD} &= \frac{N_{AB} l_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} l_{BC}}{EA_{BC}} + \frac{N_{CD} l_{CD}}{EA_{CD}} \\ &= \frac{30 \times 10^3 \times 500}{200 \times 10^3 \times 500} + \frac{10 \times 10^3 \times 500}{200 \times 10^3 \times 200} \\ &= 0.15 + 0.125 - 0.25 \\ &= 0.025\text{mm} \end{aligned}$$

(8分)



2. (25分) 试做图示梁的剪力图和弯矩图。



解：1) 求支反力

$$R_A = 50\text{kN}$$

$$R_C = 20\text{kN} \quad (5 \text{分})$$

2) 作剪力图如右 (10分)

3) 作弯矩图如右 (10分)

3、(30分) 如图所示圆轴 AB 段为实心，BC 段为空心，它们的外直径都为 $D=100\text{mm}$ ，BC 段的内直径 $d=50\text{mm}$ ，材料的许用切应力 $[\tau]=60\text{MPa}$ ，(1) 求此轴能承受的 M_e 的最大值；(2) 求许可荷载下 C 截面的扭转角。

解：(1) 内力分析

AB 段: $T_1 = -2M_e$

BC 段: $T_2 = M_e \quad (5 \text{分})$

(2) 确定 M_e 的许可值

由 AB 段强度

$$\tau_{\max} = \frac{T_1}{W_{t1}} = \frac{2M_e}{\frac{\rho D^3}{16}} = \frac{16' 2M_e}{\rho' 100^3} < [\tau] = 60 \quad (5 \text{分})$$

得 $M_e \leq \frac{60 \times \frac{\pi}{32} \times 100^3}{16} = 5.89\text{kN}\cdot\text{m} \quad (2 \text{分})$

由 BC 段的强度

$$\tau_{\max} = \frac{T_2}{W_{t2}} = \frac{M_e}{\frac{\rho D^3 (1-\alpha^4)}{16}} = \frac{16' M_e}{\rho' 100^3 (1-0.5^4)} < [\tau] = 60 \quad (5 \text{分})$$

得 $M_e \leq \frac{60 \times \frac{\pi}{32} \times 100^3 (1-0.5^4)}{16} = 11.0\text{kN}\cdot\text{m} \quad (2 \text{分})$

两段比较后，取 $[M_e]=5.89\text{kN}\cdot\text{m}$ 。(1分)

(3) C 截面的扭转角

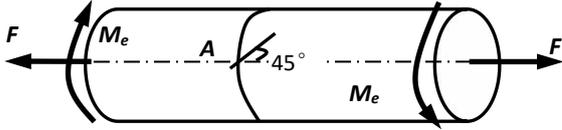
$$\phi_C = \frac{T_1 l_1}{GI_{p1}} + \frac{T_2 l_2}{GI_{p2}} = \frac{-2 \times 5.89 \times 10^6 \times 2 \times 10^3}{80 \times 10^3 \times \pi \times 100^4 / 32} + \frac{5.89 \times 10^6 \times 2 \times 10^3}{80 \times 10^3 \times \pi \times 100^4 (1-0.5^4) / 32} = -0.014\text{rad}$$

4、(35分) 实心圆截面杆，受轴向拉力 F 及扭转力偶矩 M_e 共同作用，已知杆直径 $d=100\text{mm}$ ， $F=200\text{kN}$ ， $M_e=10\text{kN}\cdot\text{m}$ ，材料的弹性模量 $E=200\text{GPa}$ ，泊松比 $\nu=0.3$ 。求：

(1) 若材料的许用应力 $[\sigma]=160\text{MPa}$ ，试按第三强度理论校核杆的强度；

(2) 圆杆表面 A 点沿 45° 方向的线应变。



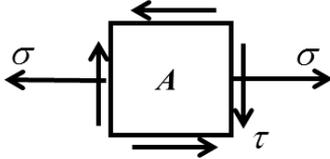


解：(1) 杆件内力

$$N = F = 200\text{kN}$$

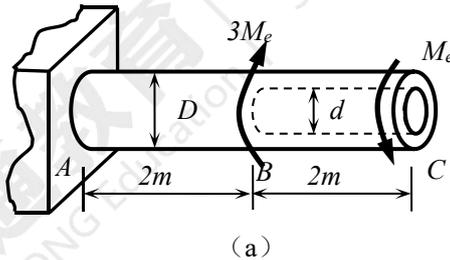
$$T = M_0 = 10\text{kN}\cdot\text{m} \quad (4 \text{ 分})$$

杆件中的危险点的单元体如图



(2 分)

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{200 \times 10^3 \times 4}{\pi \times 100^2} = 25.48\text{MPa} \quad (5 \text{ 分})$$



(a)

$$\tau = \frac{T}{W_t} = \frac{10 \times 10^6 \times 16}{\pi \times 100^3} = 50.96\text{MPa} \quad (5 \text{ 分})$$

$$\sigma_{r3} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = \sqrt{25.48^2 + 4 \times 50.96^2} = 105.06\text{MPa} < [\sigma] \quad (5 \text{ 分})$$

强度满足。 (2 分)

(2) A 点应力单元图见上图

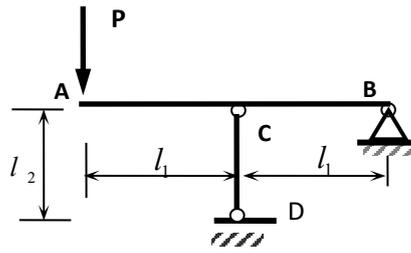
$$\sigma_{45^\circ} = \frac{\sigma}{2} + \frac{\sigma}{2} \cdot \cos(90^\circ) - \tau \sin(90^\circ) = \frac{\sigma}{2} - \tau = -38.22\text{MPa} \quad (5 \text{ 分})$$

$$\sigma_{-45^\circ} = \frac{\sigma}{2} + \frac{\sigma}{2} \cdot \cos(-90^\circ) - \tau \sin(-90^\circ) = \frac{\sigma}{2} + \tau = 63.7\text{MPa} \quad (5 \text{ 分})$$

$$\varepsilon_{45^\circ} = \frac{1}{E}(\sigma_{45^\circ} - \nu \cdot \sigma_{-45^\circ}) = \frac{-38.22 - 0.3 \times 63.7}{200 \times 10^3} = -2.87 \times 10^{-4} \quad (4 \text{ 分})$$



5、(25分) 图示结构中，AB 为刚性杆件，CD 杆为矩形截面杆件，截面宽度 $b=20\text{mm}$ ，高度 $h=30\text{mm}$ ，材料的弹性模量 $E=200\text{GPa}$ ，判别柔度 $\lambda_p=100$ ，中长杆的经验公式为： $\sigma_{cr}=235-0.0068\lambda^2$ ，稳定安全系数 $n_{st}=2$ ，已知 $P=25\text{kN}$ ， $l_1=1.2\text{m}$ ， $l_2=0.6\text{m}$ 。试确定结构的安全性。



解：(25分)

对 CD 柱： $N_{CD} = 2F = 50\text{kN}$ (压)，需进行稳定性计算。 (5分)

柔度： $\lambda = \frac{\mu l}{i} = \frac{600}{20/2\sqrt{3}} = 103.9 > \lambda_p$ 故可用经验公式计算其临界力。 (5分)

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EA}{\lambda^2} = \frac{\pi^2 \times 200 \times 10^3 \times 20 \times 30}{103.9^2} = 109.6\text{kN} \quad (9分)$$

$$N_{CD} = 50\text{kN} < [N_{AD}] = \frac{N_{cr}}{n_{st}} = 54.8\text{kN} \quad (4分)$$

故结构安全。 (2分)



《材料力学》冲刺卷4答案

1、(30分) 一阶梯型实心圆轴受力及尺寸如图所示, 已知 $d_1=40\text{mm}$, $d_2=80\text{mm}$, $G=80\text{GPa}$, 求:

(1) 作轴的扭矩图; (2) 轴内的最大剪应力; (3) AC 两截面间的相对扭转角。

解: (1) 作扭矩图 (10分)

(2) BC 段最大剪应力

$$\tau_{\max 1} = \frac{T_{\max 1}}{W_{t1}} = \frac{1 \times 10^6}{\frac{\pi \times 40^3}{16}} = 79.62 \text{ MPa}$$

(4分)

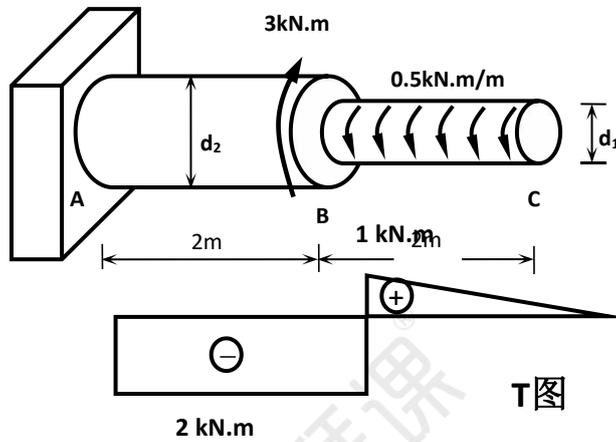
AB 段最大剪应力

$$\tau_{\max 2} = \frac{T_{\max 2}}{W_{t2}} = \frac{2 \times 10^6}{\frac{\pi \times 80^3}{16}} = 19.90 \text{ MPa} \quad (4 \text{分})$$

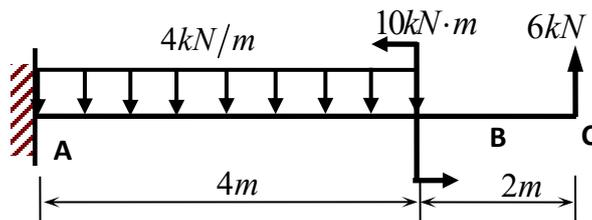
$$\tau_{\max} = 79.62 \text{ MPa} \quad (2 \text{分})$$

(3) AC 截面相对扭转角

$$\begin{aligned} \phi_{AC} &= \phi_{AB} + \phi_{BC} = \frac{T_2 l_2}{GI_{P2}} + \int_0^2 \frac{0.5x \times 10^6}{GI_{P1}} dx \\ &= \frac{-2 \times 10^6 \times 2 \times 10^3 \times 32}{80 \times 10^3 \times \pi \times 80^4} + \frac{0.5 \times 10^6 \times 2 \times 10^3 \times 32}{80 \times 10^3 \times \pi \times 40^4} = 0.037 \end{aligned} \quad (10 \text{分})$$



2、(25分)
力图和弯矩

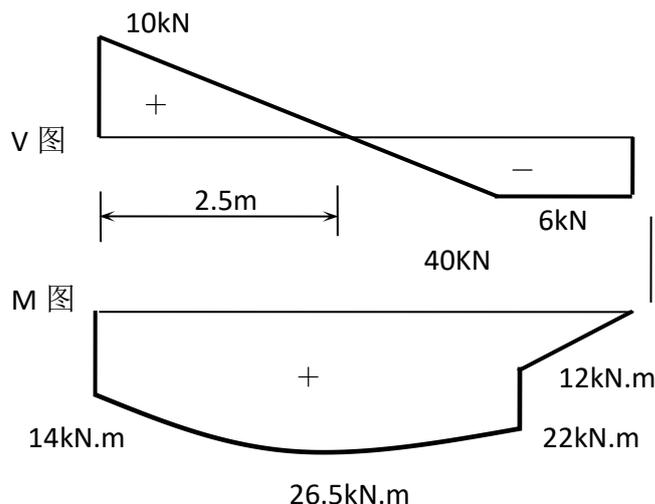


试做图示梁的剪力图。

解:

1) 作剪力图

2) 作弯矩图



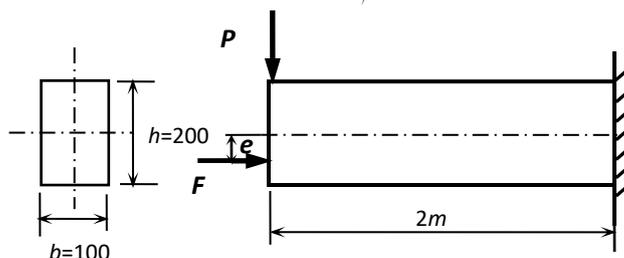
如右 (12分)

如右 (13分)

扫码关注【拜课】



3、(30分) 矩形截面悬臂梁受力如图, 已知材料的许用正应力 $[\sigma]=160\text{MPa}$, 外力 $P=40\text{kN}$, $F=200\text{kN}$, $e=60\text{mm}$ 。校核该梁的强度。



3、(30分)

解: 梁的轴力 $N=200\text{kN}$ (4分)

最大弯矩 $N=Pl+Fe=92\text{kN}\cdot\text{m}$ (6分)

危险截面在固定端, 危险点在该截面的上边缘。 (2分)

$$\sigma_{M,\max} = \frac{M_{\max}}{W_z} = \frac{92 \times 10^6 \times 6}{100 \times 200^2} = 138\text{MPa} \quad (6分)$$

$$\sigma_{N,\max} = \frac{N_{\max}}{A} = \frac{200 \times 10^3}{100 \times 200} = 10\text{MPa} \quad (6分)$$

危险点为单向应力状态:

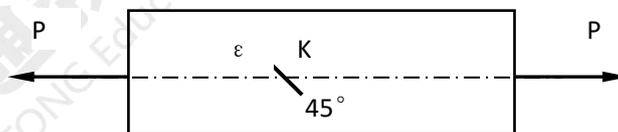
$$\sigma_{\max} = \sigma_{M,\max} + \sigma_{N,\max} = 138 + 10 = 148\text{MPa} < [\sigma] \quad (4分)$$

所以, 梁的强度满足。 (2分)

4、(25分) 如图所示, 由实验测得拉伸试件上点 K 沿与轴线成 45° 方向的线应变 ε , 试求此时试件所受拉力 P。已知试件的横截面面积 A, 材料的弹性模量 E 和泊松比 μ 。

解: 由题意可知
K 点所在截面轴力

$$N=P \quad (2分)$$



$$\text{正应力: } \sigma = \frac{P}{A} \quad (\text{单向拉伸应力状态}) \quad (5分)$$

$$\sigma_{45^\circ} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cdot \cos(90^\circ) - \tau_x \sin(90^\circ) = \frac{\sigma}{2} \quad (5分)$$

$$\sigma_{-45^\circ} = \frac{\sigma}{2} \quad (5分)$$

$$\varepsilon_{-45^\circ} = \frac{1}{E} (\sigma_{-45^\circ} - \mu \cdot \sigma_{45^\circ}) = \frac{1-\mu}{2E} \cdot \sigma = \frac{1-\mu}{2E} \frac{P}{A} \quad (6分)$$

$$\therefore P = \frac{2EA\varepsilon}{1-\mu} \quad (2分)$$

5、(35分) 如图所示结构, AB 杆和 BC 梁材料相同, 均为 Q235 钢。CB 梁为矩形截面梁, 受均布荷载作用; AB 杆为圆截面杆, 两端均为球铰链。已知: CB 梁截面 $h=100\text{mm}$, $b=80\text{mm}$; AB 杆直径 $d=80\text{mm}$, 材料的 $\sigma_p=200\text{MPa}$, $\sigma_s=240\text{MPa}$, $\sigma_b=400\text{MPa}$, $E=200\text{GPa}$, $a=304\text{MPa}$, $b=1.12\text{MPa}$ 。若规定的稳定安全系数 $[n_w]=5$, $[\sigma]=160\text{MPa}$ 。试确定结构的许可荷载 q 值。



解：（35分）

（1）研究 BC 梁

BC 梁的最大弯矩 $M_{\max}^+ = \frac{1}{8}ql^2 = 2q \text{ kN} \cdot \text{m}$ (5分)

弯曲正应力校核

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_z} = \frac{2q \times 10^6 \times 6}{80 \times 100^2} \leq [\sigma_c] = 160 \quad (5分)$$

$$q \leq 10.7 \text{ kN/m} \quad (3分)$$

（2）对 AB 柱： $N_{AD} = 2q \text{ kN}$ (压)，需进行稳定性计算。 (2分)

判别柔度 $\lambda_p = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_p}} = 100$ (5分)

柔度： $\lambda = \frac{\mu l}{i} = \frac{3000}{80/4} = 150 > \lambda_p$ 故可用欧拉公式计算其临界力。 (5分)

$$P_{cr} = A \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} = \frac{1}{4} \times \pi \times 80^2 \times \frac{\pi^2 \times 200 \times 10^3}{150^2} = 440.3 \text{ kN} \quad (5分)$$

$$N_{AB} = 2q \text{ kN} < [N_{AD}] = \frac{P_{cr}}{[n_w]} = 88.1 \text{ kN} \quad (2分)$$

$$q \leq 44 \text{ kN/m} \quad (2分)$$

综上， $[q] = 10.7 \text{ kN/m}$ (1分)

