



河北省 2022 年普通高校专科接本科教育选拔考试 《数一》试卷

(考试时间: 60 分钟)

(总分: 100 分)

说明: 请在答题纸的相应位置上作答, 在其它位置上作答的无效。

一、单项选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分, 在每题给出的四个备选项中, 选出一个正确的答案, 并将所选项前的字母填涂在答题纸的相应位置上)

1、下列函数中为奇函数的是 ()

A. $y = \sin x + \cos 2x$

B. $y = \frac{2^x + 2^{-x}}{2}$

C. $y = \tan x + 1$

D. $y = x^3 + x$

2、设函数 $f(x) = \begin{cases} (1-x)^{\frac{2}{x}} & x > 0 \\ x^2 + a & x < 0 \end{cases}$ 在点 $x=0$ 处连续, 则 $a=()$

A. e^{-2} B. e^{-1} C. e^2 D. 1

3、函数 $f(x) = x^3 - 12x$, 则函数的单调区间和极值 ()

A. 函数 $f(x)$ 在 $(-2, 2)$ 内单调增加, $x=2$ 为极小值点

B. 函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, -2)$ 内单调增加, $x=-2$ 为极大值点

C. 函数 $f(x)$ 在 $(2, +\infty)$ 内单调减少, $x=2$ 为极大值点

D. 函数 $f(x)$ 在 $(-2, +\infty)$ 内单调减少, $x=-2$ 为极小值点

4、已知 $f(x)$ 的原函数为 $\cos 2x$, 则 $\int x f'(x) dx = ()$

A. $\sin 2x - 2x \cos 2x + C$ B. $2x \cos 2x + \sin 2x + C$

C. $-2x \sin 2x - \cos 2x + C$ D. $2x \sin 2x - \cos 2x + C$

5、下列结论错误的是 ()

A. 若函数 $f(x)$ 在点 x_0 处连续, 则 $f(x)$ 在点 x_0 处极值存在

B. 若函数 $f(x)$ 在点 x_0 处连续, 则 $f(x)$ 在点 x_0 处可导

C. 若函数 $f(x)$ 在点 x_0 处可导, 则 $f(x)$ 在点 x_0 处连续

D. 若函数 $f(x)$ 在点 x_0 处可导, 则 $f(x)$ 在点 x_0 处可微

6、矩阵 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, 且 $Ax = x + B$, 则 $x = ()$





A. $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ B. $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
C. $\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

7、过点 (1,4,5) 且与平面 $x+2y+4z-3=0$ 和 $x+y+z=0$ 都垂直的平面方程是 ()

A. $2x-3y+z+5=0$ B. $2x+3y+z-19=0$
C. $x+2y+4z-29=0$ D. $x-2y+4z-13=0$

8、下列级数条件收敛的是 ()

A. $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{1}{n}$
B. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2}{3^n}$
C. $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n+1}{n}}$
D. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt[3]{n^2}}$

9、函数 $f(x) = x^2 e^x$ 在 x 处展开的幂级数为 ()

A. $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{n+1}}{n!}, x \in (-\infty, +\infty)$
B. $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{n+2}}{n!}, x \in (-\infty, +\infty)$
C. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{n+1}}{n!}, x \in (-\infty, +\infty)$
D. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{n+2}}{n!}, x \in (-\infty, +\infty)$

10、微分方程 $\frac{d^2 y}{dx^2} - y = xe^x$ 的特解形式为 ()

A. $y^* = axe^x$
B. $y^* = (ax+b)e^x$
C. $y^* = (ax^2+bx+c)e^x$
D. $y^* = x(ax+b)e^x$

二、填空题 (本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分, 将答案填写在答题纸相应位置上)





11、行列式 $D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & k & 1 \\ -1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 0$ ，则 $k =$ _____

12、计算极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x (e^t - 1) dt}{1 - \cos x} =$ _____

13、由曲线 $y = x^2$ 与 $y = 2x$ 所围成的平面图形的面积为 _____

14、由参数方程 $\begin{cases} x = \arctan t \\ y = \ln(t^2 + 1) \end{cases}$ 所确定的函数的二阶导数 $\frac{d^2y}{dx^2} =$ _____

15、函数 $z = x^y$ 的全微分 $dz =$ _____

三、计算题（本大题共 4 小题，每小题 10 分，共 40 分，将解答的主要过程，步骤和答案填写在答题纸的相应位置上）

16、设 $z = f(e^{x+y}, xy)$ ，其中 f 具有二阶偏导数，求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ ， $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$

17、计算二重积分 $\iint_D \sqrt{4-x^2-y^2} dx dy$ ；其中 $D = \{(x, y) | 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$

18、利用格林公式机选曲线积分 $\int_L (2 + ye^x) dx + (2x + e^x) dy$ ，其中 L 是从点 $A(2,0)$ 经过圆弧 $y = \sqrt{4-x^2}$ 到点 $B(-2,0)$ 的曲线段。

19、线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 = 3 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 - 8x_4 = \lambda \\ 2x_1 + x_2 - 5x_4 = 4 \end{cases}$

(1) 当 λ 为何值时，方程组有唯一解

(2) 当 λ 为何值时，方程组有无穷解，并求通解





四、应用题（本题 10 分，将解答的主要过程，步骤和答案填写在答题纸上的相应位置上）

20、用某种轻薄材料建造一个粮仓（包括底面），其下部为圆柱形，上部为球形，且球半径与圆柱底面半径相等，设粮仓的体积为 V ，问圆柱的底面半径与高各为多少时，所用材料最省？（提示：球面表面积 $A = 4\pi r^2$ ）

