

## 第一章限时训练

### 一, 选择题

1—5 CDDDC    6—10 ACBBC

### 二, 填空题

1, (1,10)    2,  $y = \frac{e^{x-1} - 3}{2}$     3,  $x=3$  和  $x=1$     4,  $\frac{1}{6}$     5,  $e^2$

### 三, 计算题

1, 解: 令  $u = \frac{1-x}{x}$  则反解  $x = \frac{1}{u+1}$

$$\begin{aligned}\therefore f(u) &= \frac{1}{\frac{1}{u+1}} + \frac{\left(\frac{1}{u+1}\right)^2}{2\left(\frac{1}{u+1}\right)^2 - 2\left(\frac{1}{u+1}\right) + 1} \\ &= u + \frac{1}{u^2 + 1} \quad (u \neq -1)\end{aligned}$$

$$\text{即 } f(x) = x + \frac{1}{x^2 + 1} \quad (x \neq -1)$$

2, 解: 因为  $f(x)$  在定义域内连续所以在分段点  $x=0$  处也是连续的所以在  $x=0$  处满足三个条件:

$$f(0) = a - 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin 3x}{x} = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} x^2 + b = b$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin 3x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} x^2 + b = f(0)$$

$$\text{即 } a - 1 = b = 3$$

$$\therefore \begin{cases} a = 4 \\ b = 3 \end{cases}$$

3, 解: (分析: 首先这是一个分段函数讨论连续性要分两部分: 段内和分段点处)

段内: 很明显  $f(x)$  在段内连续无间断点

分段点:  $x=0$  处是不是间断点要用三个条件去验证:

$$1, f(0) = 1$$

$$2, \lim_{x \rightarrow 0^-} e^{\frac{1}{x}} = 0 \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} x = 0 \quad \therefore \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$$

$$3, \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0 \neq 1 = f(0)$$

所以  $x=0$  是间断点且是第一类间断点的可去间断点

4, 解: 
$$\begin{cases} x^2 - 1 \neq 0 \\ |x| \leq 1 \\ x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow 0 \leq x < 1$$

5, 解: 令  $f(x) = e^x - 3x$  很明显在闭区间  $[0, 1]$  上连续

在开区间  $(0, 1)$  上可导

并且  $f(0) = 1 > 0$

$$f(1) = e - 3 < 0$$

$\therefore$  由零点定理得

至少存在一个点  $\xi \in (0, 1)$  使得  $f(\xi) = 0$

所以方程  $e^x = 3x$  在区间  $(0, 1)$  内至少有一个根