第七章限时练习答案

一，选择题

1—5 DCCBA　　6 —10AD DBB

二，填空题

1， 10

2， $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n x^{n+1}}{n!}$

3， $\frac{1}{2}$

4， $(-4,0)$

5， $\sum_{n=0}^{\infty}(1-\frac{1}{2^{n+1}})x^n \quad |x|<1$

三,计算题

1， 解： $f(x)=\ln x=\ln(3+x-3)=\ln 3+\ln[1+(x-3)]$

$$=\ln 3+\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{n}\left(\frac{x-3}{3}\right)^n \qquad 0<x\le 6$$

2, $f(x)=\frac{1}{x^2}$

$$\therefore \int_0^x \frac{1}{x^2}dx=-\frac{1}{x}=-\frac{1}{2+(x-2)}=-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{1-(-\frac{x-2}{2})}$$

$$=-\frac{1}{2}\sum_{n=0}^{\infty}(-\frac{1}{2})^n(x-2)^n$$

$$=\sum_{n=0}^{\infty}(-\frac{1}{2})^{n+1}(x-2)^n$$

$$\therefore \int_0^x f(x)dx=\sum_{n=0}^{\infty}(-\frac{1}{2})^{n+1}(x-2)^n$$

$$\therefore f(x)=\sum_{n=0}^{\infty}(-\frac{1}{2})^{n+1}n(x-2)^{n-1} \qquad (0<x<4)$$

3,解： $f(x)=\frac{3}{2+x-x^2}=(\frac{1}{1+x}-\frac{1}{2-x})$

$$=\frac{1}{1-(-x)}+\frac{1}{2}\frac{1}{1-\frac{x}{2}}$$

$$=\sum_{n=0}^{\infty}(-x)^n-\frac{1}{2}\sum_{n=0}^{\infty}(\frac{x}{2})^n$$

$$=\sum_{n=0}^{\infty}[(\frac{1}{2})^{n+1}+(-1)^n]x^n\ \ (-1<x<1)$$

4，解： $S(x)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{2n-1}}{2n-1}$

$$S'(x)=\sum_{n=1}^{\infty}x^{2n-2}=\lim_{n\to\infty}S_n=\lim_{n\to\infty}\frac{1-(x^2)^n}{1-x^2}$$

$$=\frac{1}{1-x^2}$$

$$\therefore S'(x)=\frac{1}{1-x^2}$$

$$\therefore \int_0^x S'(x)dx=\int_0^x\frac{1}{1-x^2}dx$$

$$=\frac{1}{2}\ln(1+x)-\frac{1}{2}\ln(1-x)\qquad |x|<1$$

5,解： 令 $S(x)=\sum_{n=1}^{\infty}(n+1)x^n$

$$\therefore \int_0^x S(x)dx=\sum_{n=1}^{\infty}x^{n+1}=\lim_{n\to\infty}\frac{x^2(1-x^n)}{1-x}$$

$$=\frac{x^2}{1-x}\qquad |x|<1$$

$$\therefore S(x)=[\int_0^x S(x)dx]'=\frac{2x-x^2}{(1-x)^2}\qquad |x|<1$$