第八章限时练习答案

一，选择题

1—5BCCCA　　**6—10**DDACA

二，填空题

1，$y = Cx^2$

2，$y = C_1 + C_2 x - \sin x$

3，$y = C\sqrt{1+x^2}$

4，$y = (C_1 \sin x + C_2 \cos x)e^x + e^x$

5，$y = \dfrac{1}{3}x^3 + \dfrac{5}{3}$

三，计算题

1 解：由已知得：$y' + \tan x \cdot y = \dfrac{1}{\cos x}$

$$\therefore y = e^{-\int \tan x dx}\left(\int e^{\int \tan x dx} \frac{1}{\cos x} dx + C\right)$$

$$= \cos x\left(\int \frac{1}{\cos^2 x} dx + C\right)$$

$$= \cos x(\tan x + C)$$

2，解：由已知得：$y' + \dfrac{2}{x} y = \dfrac{\sin x}{x}$

$$\therefore y = e^{-\int \frac{2}{x} dx}\left(\int e^{\int \frac{2}{x} dx} \frac{\sin x}{x} dx + C\right)$$

$$= x^{-2}\left(\int x \sin x dx + C\right)$$

$$= \frac{1}{x^2}(\sin x - x\cos x + C)$$

又$\because y(\pi) = \dfrac{1}{\pi}$

$\therefore$ 带入得 C=0

$$\therefore y = \frac{1}{x^2}(\sin x - x\cos x)$$

3，解：由已知得特征方程为：

$$\lambda^2 + \frac{1}{2}\lambda + \frac{1}{16} = 0$$

$$\therefore \lambda_1 = \lambda_2 = -\frac{1}{4} \qquad \therefore y = (C_1 + C_2 x)e^{-\frac{1}{4}x}$$

4，解：（题有问题须将 $y''+4y=x\cos x$ 改成 $y''+4y=\cos x$）

由已知得特征方程为：$\lambda^2+4=0 \quad \therefore \lambda=\pm 2i$

$\therefore$ 齐次通解：$Y=C_1\cos 2x+C_2\sin 2x$

非齐次特解形式：$y^*=A\cos x+B\sin x$

带入原方程得：$A=\dfrac{1}{3}, B=0$

$\therefore$ 非齐次通解为：$y=C_1\cos 2x+C_2\sin 2x+\dfrac{1}{3}\cos x$

5，解：（此题须将 $\int_0^x \dfrac{t^2+f(t)}{t}dt=f(x)-1$ 改成 $\int_1^x \dfrac{t^2+f(t)}{t}dt=f(x)-1$）

对 $\int_1^x \dfrac{t^2+f(t)}{t}dt=f(x)-1$ 它两边同时求导得：

$\dfrac{x^2+f(x)}{x}=f'(x)$ 即 $y'-\dfrac{y}{x}=x$

所以通解为：$y=x(x+c)$

又由 $\int_1^x \dfrac{t^2+f(t)}{t}dt=f(x)-1$ 令 x=1 得：

$f(1)=1 \quad \therefore c=0$

$\therefore y=x^2$