第九章限时练习答案

一，选择题

1—5DCADC　　6—10ADDBD

二，填空题

1， $a=2$ 、$b=3$

2， $\begin{pmatrix} -2 & -5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

3， $\begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ \frac{1}{4} & 0 & 0 \end{pmatrix}$

4， $\begin{pmatrix} 8 & -2 & 1 \\ -1 & 9 & 0 \\ -9 & -3 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

5， $a=1$、$b=-1$

三，计算题

1， 解：令 $A=\begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ 　　则有 $AX = A+2X \Rightarrow X=(A-2I)^{-1}\cdot A$

$$\therefore X=\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\therefore X=\begin{pmatrix} 3 & -8 & -6 \\ 2 & -9 & -6 \\ -2 & 12 & 9 \end{pmatrix}$$

2， 解：将α_1，α_2，α_3按列排成矩阵得：

$$\begin{pmatrix}1&4&1\\2&-1&-3\\1&-5&-4\\3&-6&-7\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}1&4&1\\0&-9&-5\\0&-9&-5\\0&-18&-10\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}1&4&1\\0&-9&-5\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$$

$\therefore$ 非零行数即矩阵的秩，也就是向量组的秩为2

一个极大线性无关组是：α_1，α_2

3，解： 令$A=\begin{pmatrix}1&2&-3&-1\\2&3&1&3\\-1&-2&3&1\\2&3&3&-9\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}1&2&-3&-1\\0&-1&7&5\\0&0&0&0\\0&0&2&-12\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}1&2&-3&-1\\0&1&-7&-5\\0&0&1&-6\\0&0&0&0\end{pmatrix}$

$\therefore$ 得与原方程组同解方程组为：

$$\begin{cases}x_1+2x_2-3x_3-x_4=0\\ \quad x_2-7x_3-5x_4=0\\ \qquad x_3-6x_4=0\end{cases}$$

令自由未知量$\mathrm{x}_4=1$,则得$x_1=75,x_2=47,x_3=6$

$\therefore$ 通解为:$\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\\x_4\end{pmatrix}=k\begin{pmatrix}-75\\47\\6\\1\end{pmatrix}$

4，解： 令$B=(A|\mathrm{b})=\begin{pmatrix}1&1&1&0&0&0\\1&1&-1&-1&-2&1\\2&2&0&-1&-2&1\\5&5&-3&-4&-8&4\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}1&1&0&-\frac{1}{2}&-1&\frac{1}{2}\\0&0&1&\frac{1}{2}&1&-\frac{1}{2}\\0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\end{pmatrix}$

所以得与原方程组通解方程：

$$\begin{cases}x_1+x_2-\frac{1}{2}x_4-x_5=0\\ \quad x_3+\frac{1}{2}x_4+x_5=0\end{cases}$$

令自由未知量x_1,x_2,x_3 为$(1,0,0)^T$，$(0,1,0)^T$，$(0,0,1)^T$

则得基础解系：$\xi_1=\begin{pmatrix}-1\\1\\0\\0\\0\end{pmatrix}$ ，$\xi_2=\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\0\\-\frac{1}{2}\\1\\0\end{pmatrix}$ ，$\xi_3=\begin{pmatrix}1\\0\\-1\\0\\1\end{pmatrix}$

所以通解为：$\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\\x_4\\x_5\end{pmatrix}=k_1\xi_1+k_2\xi_2+k_3\xi_3(k_1,k_2,k_3\in R)$

5，解：$B=(A|b)=\begin{pmatrix}\lambda&1&1&1\\1&\lambda&1&\lambda\\1&1&\lambda&\lambda^2\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}1&\lambda&1&\lambda\\0&1-\lambda&\lambda-1&\lambda^2-\lambda\\0&0&(2+\lambda)(\lambda-1)&(1-\lambda)(1+\lambda)^2\end{pmatrix}$

当$\lambda\neq-2$且$\lambda\neq1$时，有唯一解

当$\lambda=-2$时， 无解

当$\lambda=1$时，有无穷多解

此时带入$\lambda=1$得$B=\begin{pmatrix}1&1&1&1\\1&1&1&1\\1&1&1&1\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}1&1&1&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$

$\therefore$得与原方程组同解方程组为：$x_1+x_2+x_3=1$

令自由未知量x_2,x_3为（1,0），（0,1）

则得基础解系：$\xi_1=\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}$ $\xi_2=\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}$

所以通解为：$\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}=k_1\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}+k_2\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}(k_1,k_2\in R)$

非齐次方程组的同解方程为$\{x_1+x_2+x_3=1$

令 $x_2 = x_3 = 0$ 则非齐特解 $\eta = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

非齐次通解为 $x = k_1\xi_1 + k_2\xi_2 + \eta (k_1, k_2 \in R)$